

Experiencias y propuestas didácticas para la enseñanza de las matemáticas

Coordinaadores:
Liliana Aurora Tabares Sánchez
Jaime Anuar Seleme Ocampo
Ricardo Cabrera Martínez
Adán Medina Núñez

ISBN: 978-607-26975-8-4



EXPERIENCIAS Y PROPUESTAS DIDÁCTICAS PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Liliana Aurora Tabares Sánchez
Facultad de Ciencias Exactas UJED

Jaime Anuar Seleme Ocampo
Instituto Tecnológico de Durango

Ricardo Cabrera Martínez
Instituto Tecnológico de Durango

Adán Medina Núñez
Instituto Tecnológico de Durango

Primera edición: Mayo 26, 2025

Editado: en México

ISBN: 978-607-26975-8-4

Editor:

Red Durango de investigadores Educativos A.C.

Correctora de Estilo:

Diseño de Portada:

Liliana Sarahí González Tabares

Comité Editorial:

José Cirilo Castañeda

Delfín Ana Rosa Rodríguez López

Nancy Elizabeth Harvin Romero

Sara Rodríguez Duran

Leticia Pesqueira Leal

Mayela Quiñones López

María de Lourdes Melchor Ojeda

Este libro no puede ser impreso, ni reproducido total
o parcialmente por ningún otro medio
sin la autorización por escrito de los editores.

AUTORES

Jessica Lizeth Carmona Ortega
Aida del Carmen Ríos Zavala
José Luis Cuauhtémoc García Rodríguez
Luis Fernando García Godina
Maria Evelia Cruz López
Orlando Vázquez Pérez
Alma Yamida Álvarez Armenta
Jaime Anuar Seleme Ocampo
Ricardo Cabrera Martínez
Adán Medina Núñez
Niltza Iracema González García

Índice

Resumen	v
Prólogo	vi
CAPÍTULO I	1
La Importancia del Desarrollo del Pensamiento Lógico-Matemático en Educación Preescolar	1
Jessica Lizeth Carmona Ortega	1
Aida del Carmen Ríos Zavala	1
CAPITULO II	10
Las tablas de multiplicar, el reto de aprenderlas y enseñarlas	10
José Luis Cuauhtémoc García Rodríguez	10
Luis Fernando García Godina	10
CAPITULO III	22
Enseñanza de las matemáticas en el nivel de secundaria mediante la metodología por proyectos	22
Maria Evelia Cruz López	22
Orlando Vázquez Pérez	22
CAPITULO IV	36
Estrategias didácticas para la enseñanza de productos notables: binomio al cuadrado y binomio al cubo	36
Alma Yamida Álvarez Armenta	36
CAPITULO V	43
Propuesta de una Actividad de Clase Demostrativa Interactiva para el Aprendizaje Conceptual de Cinética de Partículas en el Instituto Tecnológico de Durango	43
Jaime Anuar Seleme Ocampo	43
Ricardo Cabrera Martínez	43
Adán Medina Núñez	43
Niltza Iracema González García	43

Resumen

El libro presenta la colección de una serie de propuestas didácticas o experiencias de enseñanza que se fundamentan en la construcción del pensamiento matemático en los diferentes niveles de educación desde nivel preescolar hasta superior. El libro se divide en cinco capítulos: El primer capítulo destaca la importancia del desarrollo del pensamiento matemático en preescolar desde el enfoque de distintas perspectivas.

El segundo capítulo toma como base el mejor aprendizaje de las tablas de multiplicar, una herramienta que se adquiere en nivel primaria y se utiliza en todos los niveles subsecuentes.

En el tercer capítulo se explora la metodología de aprendizaje basada en proyectos en nivel secundaria una problemática actual que los docentes están experimentando al adoptar la filosofía de la Nueva Escuela Mexicana.

En el capítulo cuatro se proponen estrategias para la enseñanza de productos notables para desarrollar mejor comprensión de los procesos en la multiplicación de binomios.

El último capítulo propone una actividad dirigida a estudiantes de nivel superior para aprender sobre el concepto de Cinética de Partículas un tema de física para estudiante de ingeniería.

Prólogo

Actualmente, el desarrollo social de nuestro entorno está permeado por una necesidad de poder controlar a través de modelos científicos y tecnológicos los diferentes procesos que el ser humano realiza. Para ello se han introducido los conceptos de automatización, predicción y más recientemente el de inteligencia artificial. Sin embargo, es relevante mencionar que, para ubicar adecuadamente la importancia de estos, es necesario contar con un conocimiento científico básico el cual en teoría debería ser provisto por el sistema educativo de nuestro país.

La realidad es que por diversos factores no se ha logrado una sólida formación científica en los estudiantes sobre todo del sistema educativo público, que se refleje no solo en un desarrollo tecnológico y científico de la comunidad, sino también en la formación de mejores ciudadanos en un sentido integral.

En este camino, el presente texto pretende compartir experiencias en el marco de la enseñanza de la ciencia a través del eje transversal de la matemática. Con esto se pretende aportar a la mejora de los procesos de aprendizaje en los diferentes niveles educativos de nuestro país en las ciencias llamadas “duras”.

De esta manera, el primer capítulo destaca la importancia de los procesos de enseñanza-aprendizaje de estas áreas en la etapa preescolar, en particular el desarrollo del pensamiento lógico-matemático de las niñas y niños. En este punto, las autoras en base a su experiencia y formación, así como de un análisis bibliográfico relevante, establecen diversos factores que intervienen en ello como son: la capacitación docente, los padres de familia y la educación en casa, así como el uso de material didáctico y herramientas tecnológicas. Por otro lado, mencionan las diversas problemáticas que generan dichos factores y algunos puntos a tomar en cuenta para sus posibles soluciones: métodos y adecuación curricular, cambios en comportamiento y hábitos, entre otros. Parte importante de este capítulo es el sustento teórico del nivel de impacto que tiene el desarrollo del pensamiento lógico-matemático en la vida cotidiana del individuo y que sin lugar a duda debe partir de esta etapa educativa inicial.

Por otra parte, una de las problemática comunes y más señaladas en la enseñanza básica de las matemáticas, es la “memorización” y el uso irracional de algoritmos. Esto es, “aprender recetas de cocina” para realizar operaciones o resolver problemas sin saber a ciencia cierta el significado de los procesos matemáticos utilizados. En particular, las llamadas tablas de multiplicación representaban un obstáculo natural para alejarse del estudio de las matemáticas, dado el tedio de aprenderlas sin mayor importancia que repetirlas memorísticamente. La propuesta contenida en el capítulo 2 obedece a esta necesidad de entender qué significa multiplicar partiendo de nuestro sistema decimal posicional y de las propiedades de los números reales. Aquí, el autor hace un repaso histórico del manejo de esta operación aritmética y enlista algunos métodos interesantes para la misma. Posteriormente, propone usando en particular la descomposición decimal y las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva de la suma y multiplicación, métodos rápidos y eficientes que no necesiten tener a la mano o conocer de memoria las tablas mencionadas. Al final, los casos de éxito que el autor menciona representan una base relevante de análisis para generar nuevas propuestas en la construcción del conocimiento significativo de la multiplicación.

Otros elementos que inciden en la actualidad, dentro de las estrategias de enseñanza- aprendizaje de las matemáticas en nuestro sistema educativo nacional, corresponden a los lineamientos que marca la Nueva Escuela Mexicana (NEM). Como sucede de manera natural, el cambio de régimen y las tendencias actuales de la sociedad, implica una adecuación y adaptación de los docentes a una nueva forma de enseñar en las aulas. En este sentido, en el capítulo 3 la autora mediante la implementación de un proyecto transversal en matemáticas en segundo grado de secundaria analiza la problemática generada tanto en el docente como en el estudiante en este proceso de cambio. Para ello, parte de temas establecidos en el Programa Sintético y en el Libro de Texto Gratuito, iniciando con actividades introductorias sobre perímetros y áreas para posteriormente realizar actividades de análisis a través de tabulación y graficación de funciones lineales y cuadráticas, generadas de la situación propuesta. Toma como apoyo epistemológico el modelo

3UV para el uso de la variable algebraica: cómo incógnita, cómo número y cómo relación funcional. Además, se enfoca en la parte cognitiva al tipo de representaciones de los conceptos matemáticos: lenguaje verbal, lenguaje algebraico, gráficas, tablas numéricas. Esto le permite identificar dos problemáticas fundamentales que deben ser atendidas desde todos los frentes: la inexperiencia de los docentes para manejar la metodología por proyectos y la falta de conceptualización de los objetos y procesos matemáticos, así como la comunicación verbal y simbólica de parte de los estudiantes.

De manera adicional a las problemáticas mencionadas, se debe de incluir una más que es inherente al campo matemático: la abstracción. La habilidad de poder rescatar ciertas propiedades que definen una situación, un proceso o un fenómeno y traducirlas a un lenguaje matemático, requiere una cuestión cognitiva más profunda que debe ser trabajada fuertemente dentro del aula. El primer concepto abstracto que aparece en la vida escolar es la noción de número; sin embargo, se prioriza su manejo operacional, dejando a un lado su significado y las consecuencias filosóficas que conlleva, lo que genera dificultad en la comprensión de conceptos y procesos matemáticos posteriores. Esto se refleja claramente en el álgebra al momento de introducir el concepto de variable y al realizar operaciones aritméticas entre sus objetos, En particular, la multiplicación entre polinomios sigue las propiedades de suma y multiplicación de los números reales pero se le añade los conceptos de “términos semejantes”, “coeficientes”, “exponentes”, lo que da paso a la abstracción y a las complicaciones en la operatividad. Es necesario entonces, buscar alternativas que permitan mejorar en el estudiante la comprensión del manejo algebraico Así, en el capítulo 4, la autora plantea para bachillerato, el diseño de una propuesta didáctica basado en el modelo de aula invertida donde el estudiante a través de situaciones que integran la geometría y la aritmética, propone soluciones al problema viéndose en la necesidad de establecer desarrollos del binomio al cuadrado y del binomio al cubo. Esto marca dos puntos esenciales. El primero es el aprendizaje a través del modelo (aula invertida) que le permite al estudiante en un inicio, investigar e informarse del tema para posteriormente desarrollar en el aula la solución pedida. El segundo, es la riqueza que conlleva

utilizar diversas herramientas geométricas y aritméticas, lo que permite dotar de significado el proceso algebraico de los productos notables mencionados, evitando así el uso tedioso de reglas rígidas y con poco sentido.

También, parte esencial de fomentar el aprendizaje significativo de las matemáticas es mostrar sus aplicaciones y su relación con otras áreas científicas. Para ello es importante trabajar con modelos matemáticos que permiten describir fenómenos físicos, químicos, biológicos, económicos, entre muchos más. De manera específica en el capítulo 5, los autores describen una actividad didáctica de aprendizaje activo basada en la metodología de Clases Demostrativas Interactivas implementada en un grupo de estudiantes de ingeniería en temas de mecánica clásica. Es interesante hacer notar que parten de la intuición y conocimientos previos del estudiante (hoja de predicciones) para que en un segundo momento puedan observar y comprobar sus supuestos a través de una plataforma de simulación de procesos físicos (Physical Education Technology), finalizando con la socialización de sus resultados y estableciendo sus conclusiones, siguiendo el ciclo PODS (Predicción, Observación, Discusión, Síntesis). Indudablemente la actividad destaca una riqueza conceptual de los modelos matemáticos al mostrar que se puede controlar fenómenos físicos a través de ecuaciones y números. Esto le permite al estudiante adquirir un conocimiento realmente significativo y los principios básicos para colaborar o desarrollar futuros proyectos de investigación. Además, los modelos matemáticos dejan de ser solo expresiones abstractas para convertirse en la justificación de fenómenos reales, motivando al estudiante a ubicar la importancia del aprendizaje en matemáticas.

Como se puede observar, el proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas es complejo y representa un reto en todos los niveles educativos. Por otro lado, es imprescindible dado que permite formar ciudadanos críticos y creativos, que permiten una mayor competitividad en este mundo globalizado y, específicamente, ayudan en el futuro a obtener una mayor prosperidad económica y un crecimiento sostenido de nuestro país. En este contexto, el presente libro representa una aportación relevante de la comunidad docente en esta área, proporcionando en todos los niveles educativos, alternativas y propuestas a la

solución de estas problemáticas, además de ser un punto importante de encuentro para todos los interesados en matemática educativa.

CAPÍTULO I

La Importancia del Desarrollo del Pensamiento Lógico-Matemático en Educación Preescolar

Jessica Lizeth Carmona Ortega

Aida del Carmen Ríos Zavala

Benemérita y Centenaria Escuela Normal del Estado de Durango

Resumen

El presente ensayo analiza, desde diversas perspectivas teóricas, la relevancia de desarrollar habilidades matemáticas en la primera infancia; tiene como propósito principal determinar la importancia del pensamiento lógico-matemático en educación preescolar e identificar factores que limitan su desarrollo, contrastando opiniones de expertos con experiencias de la práctica docente que se realiza en las escuelas normales; se analizan investigaciones como las de Martínez y Zafra (2016), quienes demostraron mejoras en el rendimiento cognitivo mediante el uso de material didáctico especializado; de igual manera el trabajo de Ruiz (2008), que evidenció beneficios como la clasificación, conservación numérica, enriquecimiento del vocabulario y desarrollo de autonomía a través de estrategias didácticas específicas; por otro lado, se aborda el estudio de Dávila et al. (2012) sobre la incorporación del iPad como herramienta favorable para el desarrollo de competencias matemáticas; el ensayo se fundamenta en la teoría piagetiana, que establece que el pensamiento lógico-matemático se forma mediante la interacción entre conceptos unitarios, involucrando procesos de asimilación e integración. De manera general se identifican obstáculos significativos como la insuficiencia de recursos tecnológicos en los jardines de niños y la necesidad de la actualización docente, se plantea la necesidad de un desarrollo integral que articule el pensamiento lógico-matemático de forma natural y significativa, empleando estrategias como el juego, uso de tecnologías, exploración y trabajo colaborativo, como elementos indispensables para favorecer el desarrollo de la resolución de problemas y el pensamiento crítico en la vida cotidiana de los educandos.

Palabras clave: Pensamiento, lógica matemática, niño y aprendizaje.

Introducción

En el presente ensayo se realiza un análisis desde la perspectiva de diferentes autores que abordan la importancia del pensamiento lógico matemático en nivel preescolar, relacionado con lo que se establece en el Plan de estudio para la educación preescolar, primaria y secundaria de la Secretaría de Educación Pública ([SEP], 2022), con la finalidad de determinar la importancia del desarrollo del pensamiento lógico-matemático en educación preescolar, así como algunos de los factores y limitantes que afectan el desarrollo del mismo, de igual manera se contrastan opiniones y experiencias de la propia práctica docente.

El aprendizaje de las niñas y niños para la primera infancia, específicamente en el nivel preescolar, está significativamente influenciado por el entorno y las situaciones presentadas por los educadores para facilitar el desarrollo de las

habilidades del pensamiento lógico-matemático. Entendiendo por pensamiento como lo menciona Tobón (2012), es la representación del funcionamiento y la creación de las facultades cognitivas; abarca todo lo que generan los procesos intelectuales y se trae a la existencia.

Es muy importante brindar experiencias significativas para la formación de nuevos aprendizajes, que incluyan el desarrollo de habilidades cognitivas, físicas y emocionales de una manera interesante y lúdica, donde el niño se vincule con el desarrollo del pensamiento lógico-matemático.

La curiosidad surge gradualmente de la interacción constante con el entorno, ya que la comprensión es la secuencia básica que impulsa el interés de las personas por descubrir las propiedades de los diferentes materiales, establecer diversas relaciones secuenciales, recolectar objetos de acuerdo con ciertas propiedades y utilizarlos adecuadamente. Es decir, todos los procesos relacionados con clasificación, medición, forma, espacio, seriación y números.

Desarrollo

El pensamiento lógico-matemático forma una parte fundamental en la vida diaria de las personas y desarrolla un papel esencial en una gran variedad de aspectos, debido a su aplicación en todos los ámbitos. En educación preescolar, el desarrollo de habilidades cognitivas fundamentales, como el pensamiento lógico matemático, es esencial para el aprendizaje académico futuro y la adaptación social de los niños; a pesar de su papel fundamental en la vida, frecuentemente se puede observar que actualmente se tiene un gran estigma acerca del aprendizaje de las matemáticas, un estigma que tiene diversos factores y que será conveniente analizarlos.

El desarrollo del pensamiento matemático se integra en el Plan de Estudios de la Educación Básica, de acuerdo con la SEP (2022), en el “Campo formativo saberes y pensamiento científico” cuyo objetivo es la comprensión y explicación de los fenómenos y procesos naturales tales como el cuerpo humano, los seres vivos, la materia, la energía, la salud, el medio ambiente y la tecnología, desde la

perspectiva de diversos saberes y en su relación con lo social, articulando el desarrollo del pensamiento matemático a este fin.

A continuación, se retoman dos definiciones del término de pensamiento lógico-matemático, comenzando con Hidalgo (2018), quien menciona que pensamiento lógico- matemático se relaciona con la habilidad de pensar y trabajar en términos numéricos y la capacidad de utilizar el razonamiento lógico para la resolución de conflictos. Así mismo, Ruíz (2008) establece que el pensamiento lógico-matemático se construye a partir de la interacción del niño con su entorno, este proceso es un proceso interno.

Durante las intervenciones en la práctica educativa, en diferentes preescolares, se ha observado que se presenta una gran dificultad para el desarrollo del pensamiento lógico-matemático, y de la misma manera, una gran complejidad para abordar estos temas dentro del aula, ya que no se le da la importancia que debería tener, por lo que el rezago de los niños en este ámbito es muy notorio y con ello la falta de habilidad en la resolución de problemas. Sin embargo, existe una brecha significativa referente al conocimiento existente de la importancia de trabajar con actividades relacionadas con el pensamiento matemático en esta edad tan fundamental para el desarrollo humano.

Dentro de la problemática detectada en este ámbito, se ven involucrados además de los niños, los maestros que se desempeñan en este nivel educativo, ya que existe una gran limitante para abordar estos temas aunado a la dificultad para evaluar el desarrollo del pensamiento lógico-matemático en los niños.

Por otro lado se encuentran los padres de familia, quienes muchas veces dudan de las capacidades de sus propios hijos, ejerciendo una presión constante para abordar el pensamiento lógico-matemático mediante estrategias que no son adecuadas para su edad, creando cierta inseguridad en ellos, esta es una de las principales razones por las que es conveniente que además de analizar la importancia del pensamiento lógico-matemático se diseñen estrategias para difundir entre los involucrados.

De acuerdo con la Comisión Nacional para la Mejora Continua de la Educación (2023), dentro del núcleo II, dimensión sobre la enseñanza y el aprendizaje, el propósito principal de la intervención formativa, es que maestras y maestros de educación preescolar: “fortalezcan sus saberes y conocimientos al formular estrategias diversificadas para el aprendizaje de las niñas y los niños en las que consideren sus características y necesidades individuales y colectivas, así como para acompañarlos en su proceso de aprendizaje” (p. 21).

De la misma forma, el aprendizaje de los niños preescolares con énfasis en las matemáticas depende de muchos factores, además del contexto, se involucran también las estrategias implementadas por el docente, que en la gran mayoría de los casos no se obtiene tan buenos resultados, por lo que comienzan a surgir obstáculos para querer poner en práctica este tipo de contenidos.

En este desarrollo influye el enfoque o metodología que se utiliza, pues muchas veces no tiene relevancia en la vida cotidiana de las personas, simplemente se quedan en contenidos sin aplicación alguna, resaltando aquí la necesidad de destacar la importancia que tiene en la vida de todos, a corto y largo plazo, destacando que el enfoque debe estar basado en la resolución de problemas.

En ese sentido, según la SEP (2022), se puede propiciar el desarrollo del pensamiento matemático mediante el ejercicio de ciertas destrezas como las de estimación y aproximación, con especial cuidado de que tengan aplicación en la vida real, específicamente, cuando el tiempo y el dinero se ven involucrados. Así mismo, se menciona que el aprendizaje de las matemáticas debe tener un sentido humano para todos los estudiantes y debe desarrollarse también en relaciones significativas familiares, de la escuela y en la comunidad.

Lo anterior, deja en manifiesto que el pensamiento lógico matemático no solo depende de un solo factor o que debe desarrollarse en un solo ámbito, sino que es un desarrollo que involucra de más actores, tales como el alumno, padres de familia, actores académicos y la comunidad.

Uno de los estudios que conviene analizar, es el de Martínez y Zafra (2016), los cuales realizaron una investigación acerca del ambiente de aprendizaje lúdico

de las matemáticas para niños de la segunda infancia, con el objetivo de analizar la influencia de un kit de material didáctico en un grupo de preescolar para el desarrollo de disciplinas como topología, geometría y estadística. La investigación reveló una mejora notable en el rendimiento cognitivo de los niños en edad preescolar a medida que adquieren la capacidad de comprender y articular su entorno; este progreso es particularmente evidente a través de la participación en actividades como la categorización, la evaluación y la secuenciación.

En primer lugar, con los resultados del estudio mencionado anteriormente, se puede identificar que uno de los principales aportes que tiene el aprendizaje de las matemáticas en niños de edades preescolares es la habilidad de comprensión, la cual puede brindar a los educandos la capacidad de obtener un conocimiento de manera clara y que es capaz de abordarlo sin ningún problema, y con ello poder realizar un mejor análisis de la situación que enfrenta el niño.

De igual manera, también resulta conveniente destacar que esta investigación se realizó con apoyo de un kit especial de material didáctico, situación que favorece mi opinión inicial, ya que muchas de las veces las actividades desarrolladas desde este ámbito suelen ser muy monótonas y difíciles, tanto para educadoras, como para los alumnos, por lo que también es importante considerar que para la obtención de buenos resultados en el desarrollo del pensamiento lógico-matemático es necesario adaptar materiales e instrumentos a las necesidades, edades e intereses de los niños en particular.

Otro de los autores quien realizó su trabajo de investigación en Venezuela, es Ruiz (2008), en el cuál utiliza estrategias didácticas con el objetivo de desarrollar el pensamiento lógico-matemático en niños de educación preescolar. Los resultados de la investigación proporcionaron evidencia inequívoca sobre los mecanismos de clasificación, la preservación numérica, el enriquecimiento del vocabulario, la utilización de estructuras argumentativas para resolver problemas, satisfacción en el trabajo cooperativo y el fomento de la autonomía de los niños cuando participan en tareas académicas.

Con la investigación anterior se sostiene la idea principal, ya que uno de los resultados más relevantes en el desarrollo del pensamiento lógico-matemático, fue

la utilización de argumentos en la resolución de problemas, así como el desarrollo de la autonomía de los niños, lo cual deja en manifiesto que el uso de las matemáticas en nivel preescolar no solamente permitirá que comprendan conceptos abstractos que muchas veces no pueden interpretar para una aplicación en la vida cotidiana, si no que ayuda de forma cognitiva a desarrollar en ellos un pensamiento crítico para la resolución de problemas, que impactará en el futuro de los mismos, pues va escalonando a la toma de decisiones.

Por último, otros de los autores que resulta conveniente estudiar son Dávila et al. (2012), quienes desarrollaron una investigación la cual tuvo como objetivo principal identificar de qué manera el uso del iPad favorece el proceso de desarrollo de las competencias matemáticas en edad preescolar; los resultados revelaron que la incorporación del iPad como herramienta de aprendizaje en el progreso de las competencias matemáticas es favorable para la adquisición de estas.

Las investigaciones presentadas, permiten determinar que, a pesar de ser el mismo tema que abordar, se pueden utilizar diversos recursos para desarrollar el pensamiento matemático, eliminando de esta forma una de las barreras que se tenía contempladas para el desarrollo del pensamiento lógico-matemático. Los programas educativos deberían proponer en todo momento recursos didácticos adecuados, además de brindar capacitaciones a docentes, con métodos de enseñanza innovadores y efectivos para fomentar habilidades matemáticas y de razonamiento en los niños preescolares.

En algunos jardines de niños, se puede observar que no se cuenta con salones equipados, muchas veces dificulta el trabajo de actividades que involucren diversos recursos, especialmente tecnológicos; la mayoría de los preescolares cuenta solamente con bocinas y en algunos casos (la minoría) se cuenta con computadoras y cañones, los cuales resulta insuficiente si lo que se pretende es buscar estrategias tecnológicas que faciliten el aprendizaje del pensamiento lógico-matemáticas. Esto se plantea como una limitante en intentar crear propuestas innovadoras para una nueva generación de educandos y para una evolución en la educación impartida por los docentes.

En el desarrollo de la práctica docente, se observa que el rezago en este campo es muy notorio, donde algunos niños en tercero de preescolar aún presentan dificultad para realizar asignación uno a uno, por lo que es necesario implementar estrategias con diversos recursos novedosos y de gran atracción para que los niños se involucren en las actividades de manera gradual por iniciativa propia.

Para Piaget (1980), el desarrollo del pensamiento lógico-matemático se forma a través de la interacción entre conceptos unitarios, que a su vez forman un todo, es decir, el conocimiento se obtiene a través de la relación entre el sujeto y el objeto, y están involucrados dos procesos muy importantes que son la asimilación e integración, la primera implica establecer una relación entre la información nueva e información ya presente en el sujeto; en el proceso de integración, el sujeto combina o agrupa información que ha adquirido individualmente y trata de integrarla.

Cabe destacar que Piaget partió del supuesto de la teoría cognitiva y creía que el conocimiento se organiza en un todo estructurado y coherente, donde ningún concepto existe por separado y que el desarrollo intelectual del sujeto está influenciado por cuatro factores: maduración, experiencia con objetos, transmisión social y equilibrio. Así, distinguió tres tipos de conocimientos en este proceso: el físico, el social y el lógico-matemático (Ávila, 2017).

El pensamiento lógico-matemático desempeña un papel fundamental en el desarrollo de todas las personas, por lo cual, una situación ideal sería un entorno educativo en el que todos los preescolares tengan acceso a un currículo que integra de manera efectiva el pensamiento lógico matemático con actividades diarias y juegos diseñados específicamente para desarrollar habilidades de resolución de problemas; y un ambiente ideal, sería un preescolar que fomente la exploración y la experimentación mediante la integración de tecnología educativa, materiales concretos para manipular y espacios al aire libre que promuevan tanto el aprendizaje individual como el colaborativo.

Este tipo de adecuaciones en el currículo, específicamente en la metodología implementada por los docentes puede ser posible, sin embargo, es necesario que los docentes se encuentren abiertos a una actualización constante y sobre todo que se

encuentren en una actitud de ponerlo en práctica, para poder realizar un verdadero cambio.

Conclusión

Por todo lo abordado anteriormente, se considera importante que en la educación preescolar los niños tengan un desarrollo integral, articulando con ello el desarrollo del pensamiento lógico-matemático, no de una forma mecanizada y tradicional, sino que se desarrolle de forma natural y de esta manera se lleve a cabo un aprendizaje significativo que tenga un impacto en la vida cotidiana de los educandos. Para el óptimo desarrollo de este, se pueden implementar diversas estrategias como el juego, el uso de las tecnologías, exploración, dinámicas fuera del aula, trabajo en binas, tercias o equipos, así como trabajo en equipo.

Retomando a Ruiz (2008), cuyos resultados obtenidos muestran evidencia clara de que el pensamiento matemático favorece diferentes procesos, tales como clasificación, conservación numérica, así como una ampliación del vocabulario, favorecimiento del trabajo cooperativo, mayor autonomía de los educandos, y en mayor importancia, se destaca la utilización de argumentos para la resolución de problemas; con lo cual se concuerda en afirmar la importancia del desarrollo del pensamiento lógico-matemático en los niños de educación preescolar ya que muestra resultados sustentados en diversas estrategias de intervención.

Se concuerda con la teoría de Piaget (1980), que establece que el pensamiento lógico-matemático se sustenta en el conocimiento físico y social, para los niños en edad preescolar este proceso de interacción de conocimientos ocurre a medida que aprenden conceptos básicos como clasificación, seriación y números.

Así mismo, se considera que, para optimizar la enseñanza del pensamiento lógico-matemático en la educación preescolar, se requieren intervenciones enfocadas en el contexto, los métodos y la adecuación curricular, así como cambios en comportamientos y hábitos. También es crucial reflexionar el cómo se evalúa la relación entre el pensamiento matemático y la resolución de problemas, pues por ende se presenta una transferencia en la vida cotidiana de los educandos por medio de la implementación del pensamiento crítico.

Referencias

- Ávila, E. (2017). Función mediadora del docente de educación inicial para promover en los niños de edad preescolar los procesos lógicos matemáticos. Material de Consulta, impreso para las estudiantes de la especialidad de Educación Inicial Upel.Ipb
- Comisión Nacional para la Mejora Continua de la Educación (2023). El aprendizaje en preescolar. Un desafío para la práctica docente. Intervención formativa.
https://www.mejoredu.gob.mx/images/programa-formacion-docente/docenteseb/eb_intervencion_aprendizaje_en_preescolar.pdf
- Dávila, C. P. B., García, S. R., y Gutiérrez, F. J. M. (2012). Beneficios del uso del iPad en el desarrollo de las competencias matemáticas en educación preescolar. Memorias del Encuentro Internacional de Educación a Distancia.
<http://www.udgvirtual.udg.mx/remied/index.php/memorias/article/view/135>
- Hidalgo, M. I. M. (2017). Estrategias metodológicas para el desarrollo del pensamiento lógico-matemático. *Didasc@lia: Didáctica y educación*, 9(1), 125-132.
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6595073>
- Martínez, L. J. J., Vergel, O. M., y Zafra, T. S. L. (2016). Ambiente de aprendizaje lúdico de las matemáticas para niños de la segunda infancia. *Logos Ciencia y Tecnología*.
<https://repositorio.ufps.edu.co/handle/ufps/1692>
- Piaget, J. (1980). Psicología y pedagogía. Barcelona: Ariel.
- Ruiz, M. D. (2008). Las estrategias didácticas en la construcción de las nociones lógico-matemáticas en la educación inicial.
http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1011-22512008000100006
- Secretaría de Educación Pública (2022). *Plan de Estudio para la educación preescolar, primaria y secundaria*. <https://www.sep.gob.mx/marcocurricular>
- Tobón, O. N. (2012). Una aventura por las matemáticas... "Estrategias pedagógicas- didácticas para desarrollar el pensamiento lógico matemático en los niños de 3-4 años, del hogar campanitas. Doctoral dissertation, Corporación Universitaria Lasallista.
<https://acortar.link/TVUk0l>

CAPITULO II

Las tablas de multiplicar, el reto de aprenderlas y enseñarlas

José Luis Cuauhtémoc García Rodríguez

Instituto Tecnológico de Durango

Luis Fernando García Godina

Universidad Tecnológica de Durango

Resumen

Las tablas de multiplicar, un tema que hace sufrir a los estudiantes de educación primaria y a algunos de nosotros. Se presenta en este artículo métodos el razonamiento matemático detrás de las tablas de multiplicar y hacer más fácil su comprensión, así como los antecedentes y se hace un breve recuento de los métodos históricos. Se menciona la metodología y los logros, que se obtuvieron al realizar la intervención con un sujeto de investigación: un niño de 8 años. Nuestro planteamiento puede parecer similar a otros que mencionamos como referencia. Mas debemos recordar que en cualquier tiempo y cualquier idioma multiplicar por dos es igual a sumar dos veces, multiplicar por tres es igual a sumar tres veces ese número y así consecutivamente.

Palabras clave: Razonamiento, Comprensión, Sumar.

Introducción

En el desarrollo de la actividad educativa en nivel superior, ha sido evidente que el conocimiento con el que se presentan los alumnos no corresponde al que se espera, según los planes y programas de la Secretaria de Educación. Nos centraremos en un tema que es importante como antecedente para varias áreas del conocimiento, entre las carencias nos podemos dar cuenta que existe el desconocimiento de las tablas de multiplicar. Los alumnos que llegan a nivel superior han tenido ya encuentro con este conocimiento, pasaron seis años de primaria, tres de secundaria, tres de preparatoria y aún el día de hoy, tienen problemas para hacer uso de las tablas de multiplicar de forma autónoma, sin el uso de calculadora, esta situación dio origen a la inquietud de enseñar tablas de multiplicar de forma que fueran fáciles de aprender y que tuvieran algún significado para los alumnos, el resultado de esta investigación educativa se plasma en este documento.

Los métodos que aquí se describen son resultado de nuestra investigación. Sabemos que las ideas no son exclusivas, que lo que hoy está en la mente de algún investigador, puede estar al mismo tiempo, en la mente de muchos investigadores alrededor del mundo, por tanto, es probable que estos métodos coincidan con algunas otras formas de hacer multiplicación, en este documento se exponen las

metodologías que se han seguido para hacer multiplicación y los resultados que se han tenido

Para realizar la multiplicación de las tablas del seis, la tabla del siete, la tabla del ocho y la tabla del nueve se usa otra metodología que no será incluida en este documento sólo compartimos que el tiempo récord para enseñar estas tablas seis, siete, ocho, nueve es de 1.5 minutos realizado en un grupo de 30 personas todos adultos estudiantes de nivel superior.

Antecedentes Históricos.

Los primeros registros de tablas de multiplicar provienen de la antigua Mesopotamia (c. 2000 a.C.). Los sumerios y babilonios utilizaban un sistema sexagesimal (base 60) y ya tenían métodos para realizar multiplicaciones (Friberg, 2007). Los babilonios empleaban tablas de multiplicar grabadas en tablillas de arcilla. Estas tablas incluían multiplicaciones de números hasta 60. Los egipcios en el 1650 usaban un sistema basado en duplicaciones y sumas para realizar multiplicaciones. El Papiro de Rhind, uno de los documentos matemáticos egipcios más importantes, muestra ejemplos de este método (Clagett, 1999). En China (c. 200 a.C.), las tablas de multiplicar también tienen una larga historia. Los estudiantes aprendían una tabla de multiplicar llamada "Cheng biao" que incluía multiplicaciones hasta nueve por nueve (Li, 1987).

Desarrollo y Uso de la multiplicación

Los griegos y romanos también desarrollaron sus propias tablas de multiplicar. Los matemáticos griegos, como Pitágoras, estudiaron propiedades numéricas que contribuyeron al entendimiento de la multiplicación (Heath, 1921).

Desde entonces las tablas de multiplicar eran esenciales para el comercio y la administración pública en el Imperio Romano. Durante la Edad Media, la enseñanza de las tablas de multiplicar continuó en las escuelas monásticas y seculares (Smith, 1958).

Años después, en el Renacimiento, la invención de la imprenta permitió la difusión masiva de libros de matemáticas que incluían tablas de multiplicar, facilitando su aprendizaje (Cajori, 1993).

Las tablas de multiplicar son esenciales para el desarrollo de habilidades matemáticas básicas. Ayudan a los estudiantes a entender conceptos de multiplicación y división, fracciones, y álgebra básica (Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001). Facilitan la resolución de problemas más complejos al proporcionar una base sólida para el cálculo mental. Son utilizadas en una variedad de campos, desde la contabilidad y la ingeniería hasta las ciencias naturales y la tecnología (Devlin, 2008). En la vida cotidiana, las tablas de multiplicar son útiles para tareas como el cálculo de precios, el manejo del tiempo y la resolución de problemas cotidianos (Boaler, 2015).

Métodos para multiplicar

A continuación, se hace un repaso por los métodos de multiplicación que se han ido presentando a lo largo de la historia, se dividen en tradicionales, modernos y educativos.

Métodos Tradicionales

Método de la Multiplicación Longitudinal (Algoritmo Tradicional)

Este es el método más comúnmente enseñado en las escuelas. Implica multiplicar cada dígito del multiplicador por cada dígito del multiplicando y luego sumar los resultados parciales.

Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 123 \\ \times 45 \\ \hline 615 \text{ (123 x 5)} \\ 4920 \text{ (123 x 40, desplazado un lugar a la izquierda)} \\ \hline 5535 \end{array}$$

Método de la Multiplicación de Lattice (Tablero de Pizarra)

También conocido como el método de la rejilla, fue popular en la Europa medieval y facilita la organización de los cálculos, además es una representación gráfica de la operación matemática tradicional, al ir agrupando los términos en posiciones los resultados de las multiplicaciones también se organizan para hacer la suma de los términos.

Ejemplo para 23×45 :

	2	3	X
0+1	0 8	1 2	4
0	1 0	1 5	5
	3	5	

Luego, se suman los números en cada diagonal:

0, (8+1+1), (2+1), (5) => 1035

Método de la Multiplicación por Descomposición

Este método implica descomponer los números en sumas de números más pequeños y luego multiplicar cada par de términos.

Ejemplo para 23×45 :

$$\begin{aligned} &(20 + 3) \times (40 + 5) \\ &= (20 \times 40) + (20 \times 5) + (3 \times 40) + (3 \times 5) \\ &= 800 + 100 + 120 + 15 \\ &= 1035 \end{aligned}$$

Métodos Históricos

Método Egipcio de Duplicación y Suma

Los antiguos egipcios utilizaban un método basado en duplicar y sumar números.

Ejemplo para 23×45 :

$$23 \times 45$$

$$= (1 + 2 + 4 + 16) \times 45$$

$$= 45 + 90 + 180 + 720$$

$$= 1035$$

Método de los Hindúes

Similar al método moderno de multiplicación longitudinal, pero con un enfoque más algorítmico que se puede ver en los textos antiguos de matemáticas hindúes (Joseph, 2011) separa los términos en factores para después sumar los productos.

Ejemplo para 23×45 :

$$23 \times 45$$

$$= 20 \times 45 + 3 \times 45$$

$$= 900 + 135$$

$$= 1035$$

Métodos Modernos

Multiplicación con Algoritmos de Computación

Existen otros algoritmos avanzados como el de Schönhage-Strassen y el de Toom-Cook son utilizados en la computación para multiplicar números muy grandes (Schönhage y Strassen, 1971). Estos métodos son más eficientes y rápidos que los métodos tradicionales para números con muchos dígitos.

Métodos Educativos

Método de los Dedos

Usado principalmente para multiplicar números pequeños, especialmente del 6 al 9 (Boaler, 2015).

Ejemplo para 7×8 :

Levanta 2 dedos en una mano (7-5) y 3 en la otra (8-5).

Juntos, los dedos levantados hacen 5 (decenas), y de la multiplicación de los dedos restantes (3 y 2) se obtiene 6 (unidades). Resultado: 56.

Método de las Propiedades Distributivas

Basado en la propiedad distributiva de la multiplicación para simplificar cálculos mentales (Kilpatrick, Swafford, y Findell, 2001), desglosa un número en partes más simples para obtener una multiplicación sencilla, similar al método hindú.

Ejemplo para 27×6 :

$$\begin{aligned} &(20 + 7) \times 6 \\ &= (20 \times 6) + (7 \times 6) \\ &= 120 + 42 \\ &= 162 \end{aligned}$$

Procedimiento metodológico

La propuesta que se exhibe tiene varios aspectos, primero se hace el repaso de algunos temas que son fundamentales para hacer multiplicación, el primero es realizar sumas de números iguales, se utiliza una técnica demostrativa para que el conocimiento que se expone sea claro.

La metodología que se presenta hace una adaptación para cada tabla de multiplicar, se expresan en cada punto las reglas que se proponen para facilitar la multiplicación.

Examen de diagnóstico, instrucciones: realiza las siguientes sumas:

$$12+12=$$

$$15+15=$$

$$18+18=$$

$$21+21=$$

$$24+24=$$

$$27+27=$$

$$30+30=$$

$$14+14=$$

$$20+20=$$

$$25+25=$$

$$13+13=$$

$$16+16=$$

Esta práctica en la que hacemos suma es básica para el método que se propone, se presentan a continuación la metodología para enseñar la multiplicación de la tabla del dos.

Tabla del dos.

El método dice multiplicar por dos es igual a sumar dos veces un número,

Por ejemplo 2×26 se suma dos veces el 26, $26 + 26 = 52$.

Además, en esta propuesta se sugieren hacer multiplicaciones de números que son superiores al 10, aunque las tablas de multiplicar se enseñan considerando las multiplicaciones desde el uno hasta el 10, multiplicamos por números más grandes que 10 ya que se busca atender números más grandes por que multiplicar en la vida real es más amplio.

También estamos proponiendo la descomposición algebraica por ejemplo 2×26 es igual a $25 + 1$, por tanto $25 + 25$ es igual a 50 por otra parte nos falta un uno (1), del primer número y un uno (1) del segundo, cuando los juntamos es igual a dos por tanto serían $50 + 2$ igual a 52.

Tabla del tres.

Para desarrollar esta tabla, tenemos que recordar que es igual a sumar tres veces un número, por ejemplo 3×26 es igual a $26 + 26 + 26$.

En primera instancia de suma $26 + 26$ de la forma que hemos explicado en el ejercicio anterior es igual a 52, ahora a 52 hay que sumarle 26 esto es igual a 78.

Se procede a enseñar la Tabla del tres descomponiendo los números:

26 es igual a $25 + 1$, por tanto, puede sumar tres veces el 25, lo que da como resultado 75 y nos queda libre una unidad para cada una de las oportunidades, al sumarlos nos da un total de 3, $(1 + 1 + 1 = 3)$. por lo tanto, nos falta hacer las sumas $75 + 3$, por lo que al final $26 \times 3 = 78$.

Ejemplos:

$$2 \times 18 \rightarrow 18 = 10 + 8$$

$$2 \times 18 = (2 \times 10) + (2 \times 8)$$

$$3 \times 14 \rightarrow 14 = 12 + 2$$

$$3 \times 14 = (3 \times 12) + (3 \times 2)$$

$$2 \times 18 = 10 + 10 + 8 + 8 = 36$$

$$3 \times 14 = 12 + 12 + 12 + 2 + 2 + 2 = 42$$

Tabla del cuatro.

Recordando que la multiplicación es una suma iterativa, multiplicar por cuatro, es hacer la suma de un número cuatro veces, por ejemplo 26×4 es igual a: $26 + 26 + 26 + 26$ igual a 104.

Esto se puede hacer de dos formas, la primera sumar $26 + 26$ es igual a 52, entonces sumamos $52 + 52$ (esto equipara a sumar 26 cuatro veces) el resultado es 104.

Otra forma de realizar la multiplicación por cuatro es hacer la descomposición de números, 26 es igual a $25 + 1$, por lo tanto, podemos sumar cuatro veces el 25, sabemos que eso es igual a 100, nos queda en cada ocasión una unidad cuando los juntamos es igual a cuatro, ahora sumamos $100 + 4$ y el resultado es 104.

Tabla del cinco.

Para la tabla del cinco se propone primero una práctica para encontrar la mitad de un número.

En esta práctica se presentan 10 ejercicios para obtener la mitad de un número, empezando con el diagnóstico y luego una práctica asistida.

Diagnóstico.

1. $10 \div 2 =$
2. $24 \div 2 =$
3. $35 \div 2 =$
4. $50 \div 2 =$
5. $68 \div 2 =$
6. $75 \div 2 =$
7. $80 \div 2 =$
8. $92 \div 2 =$
9. $99 \div 2 =$
10. $100 \div 2 =$

Práctica asistida para obtener la mitad de los números nones.

- **¿Cuál es la mitad de 15?**

$$15/2=7.5$$

- **¿Cuál es la mitad de 27?**

$$27/2=13.5$$

- **¿Cuál es la mitad de 33?**

$$33/2=16.5$$

- **¿Cuál es la mitad de 49?**

$$49/2=24.5$$

- **¿Cuál es la mitad de 57?**

$$57/2=28.5$$

Para realizar la multiplicación por cinco, se realiza el siguiente procedimiento, primero se obtiene la mitad de un número y después ese número lo multiplicamos por 10 que equivale a recorrer el punto decimal una cifra de la derecha.

Ejemplo; 33×5

Primero se obtiene la mitad del 33 es igual a 16.5, después el 16.5 lo multiplicamos por 10 eso nos resulta 165, podemos entonces decir que 33×5 es igual a 165.

Otro ejemplo 57×5 primero sacamos la mitad de 57 es 28.5, ahora 28.5 lo multiplicamos por 10 y el resultado es 285.

Discusión de resultados

Se han tenido resultados satisfactorios con alumnos de nivel superior a la hora de aprender las tablas de multiplicar. El procedimiento para enseñar las tablas de multiplicar con esta modalidad, consume un tiempo tan pequeño que en una clase de una hora se puede hacer el diagnóstico, instrucción y evaluación.

Después de la sesión de entrenamiento y al estar conviviendo en las clases normales es necesario hacer una retroalimentación con preguntas relacionadas a multiplicaciones, esto se sugiere hacerlo de manera sorpresiva, aunque el cuestionamiento no esté en apariencia relacionado al tema programado del día.

Dichos cuestionamientos sorpresa ayudan a repasar a la vez que interiorizar este conocimiento, obteniendo en la gran mayoría de los casos excelentes resultados, en la práctica las personas que han tenido alguna duda hacen repaso del conocimiento adquirido y aunque podrían tardar finalmente logran dominar el conocimiento en lugar de memorizar las tablas de multiplicar.

Casos de Éxito fuera del aula.

Se implementó este método de enseñanza en un niño que tiene ocho años, nos acompañó a comprar agua mientras recibía algunas lecturas sobre los números, al llegar a comprar los garrafones con un costo de 22 pesos por garrafón se le preguntó al niño, vamos a comprar cuatro garrafones y cuestan 22 pesos dime ¿Cuánto tenemos que pagar?, el niño empezó aplicar los métodos que se le van enseñado y lo que hizo fue sumar 22 cuatro veces también usó $22 + 22$ luego sumo $44 + 44$ dándonos un resultado de 88 con esto nos pudimos dar cuenta que efectivamente el niño se estaba aprendiendo las tablas de multiplicación.

En otra ocasión, en una reunión una exalumna tenía su niño de cuatro años, me acerqué a los dos, saludé a la mama y le pedí permiso de hablar con el niño y le pregunté al pequeño que hasta qué número sabía contar, me dijo: hasta el cinco, muy orgulloso, pues para él es un gran avance, luego se le presentaron dos manos en cada una dos dedos en cada mano, (como la v de la victoria), cuántos dedos hay, él dijo cuatro.

Al comenzar la instrucción se inició puntualizando: te fijas que hay dos grupos y en cada grupo hay dos dedos, esto es como multiplicar 2×2 , se le cuestiono, cuánto son 2×2 , primero dudó un poco y luego se le invitó a que contara los dedos, su respuesta fue correcta 4.

Después se le preguntó al niño cuántos dedos ahí se le presentaron dos grupos y en cada grupo había tres dedos el observó detenidamente, la pregunta directa fue, cuánto es dos por tres, “mira hay dos grupos y en cada grupo hay tres dedos” cuánto es 2×3 , contó los dedos y llegó hasta el cinco volteo a ver a la mamá y ella le ayudó dijo seis y el niño sonriente dijo seis. Se alejó y fue con alguna de

sus tías y ahora él le preguntó, ¿Cuánto es 2×2 ?, para él esa pregunta ya tiene significado.

Conclusiones

Con este método de aprender las tablas de multiplicar se puede enseñar a niños que sepan contar del 1 al 10, porque se les puede presentar dos manos y en cada una mostrarla misma cantidad de dedos, preguntar cuánto es (2×3) o, (2×2) o (2×4) sabrán cuantos dedos existen, las tablas de multiplicar tendrán un sentido y cuando el conocimiento tiene un sentido es más fácil adoptarlo

Los adultos que nunca se aprendieron las tablas encuentran en este método una forma muy simple de retomar esta habilidad con un sentido que ayuda a obtener resultados precisos sobre las tablas de multiplicar.

Conocimientos previos son muy importantes, como conocer los números y la operación de suma, para saber el resultado de la suma de dos números iguales M más M . Para el caso de los pequeños que solo saben contar hasta el 5 o 10 es una limitante el expresarles multiplicaciones, que como resultado tengan un número máximo relacionado con la capacidad que ellos tengan para contar.

Referencias

- Boaler, J. (2015). *Mathematical mindsets: Unleashing students' potential through creative math, inspiring messages and innovative teaching*. Jossey-Bass.
- Cajori, F. (1993). *A history of mathematics*. American Mathematical Society.
- Clagett, M. (1999). *Ancient Egyptian science: A source book. Volume three: Ancient Egyptian mathematics*. American Philosophical Society.
- Devlin, K. (2008). *The language of mathematics: Making the invisible visible*. Henry Holt and Company.
- Friberg, J. (2007). *A remarkable collection of Babylonian mathematical texts: Manuscripts in the Schøyen Collection*. Springer.
- Furinghetti, F., & Radford, L. (2002). Historical conceptual developments and the teaching of mathematics: From phylogenesis and ontogenesis theory to classroom practice. In L. D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 631-654). Routledge.
- Heath, T. (1921). *A history of Greek mathematics*. Clarendon Press.
- Joseph, G. G. (2011). *The crest of the peacock: Non-European roots of mathematics*. Princeton University Press.
- Karatsuba, A. A., & Ofman, Y. (1962). Multiplication of multidigit numbers on automata. *Soviet Physics Doklady*, 7, 595-596.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Academy Press.
- Li, Y. (1987). *Chinese mathematics: A concise history*. Clarendon Press.
- Smith, D. E. (1958). *History of mathematics*. Dover Publications.

Schönhage, A., & Strassen, V. (1971). Schnelle Multiplikation großer Zahlen. *Computing*, 7(3-4), 281-292.

CAPITULO III

Enseñanza de las matemáticas en el nivel de secundaria mediante la metodología por proyectos

Maria Evelia Cruz López

Escuela Secundaria Técnica 114

Orlando Vázquez Pérez

Escuela Normal Superior de México

Resumen

Esta investigación refiere a la información obtenida de las actividades llevadas a cabo con un grupo de segundo grado de secundaria. Esto se realizó en el primer trimestre del ciclo escolar: 2023-2024. Las acciones realizadas se llevaron a cabo mediante la implementación de un proyecto transversal en la disciplina de matemáticas de acuerdo con los lineamientos de la Nueva Escuela Mexicana. Los resultados obtenidos permitieron identificar los alcances y limitaciones para mejorar la práctica docente.

Palabras clave: Enseñanza, Matemáticas, Proyectos

Planteamiento del problema

La Nueva Escuela Mexicana (NEM) y de acuerdo con los *Planes y Programas de estudio* propuestos por la Secretaría de educación Pública (SEP), se establece que las prácticas docentes en el *Programa Analítico* se realicen mediante *metodologías* (proyectos, aprendizaje basado en problemas, estudio de casos, secuencia didáctica, entre otras), no obstante, hoy en día —entre otros aspectos— el docente en su mayoría todavía carece de elementos para realizar una metodología de enseñanza basada en proyectos. Las circunstancias son diversas, principalmente porque no existe una orientación adecuada al respecto por parte de las autoridades correspondientes, y si a eso añadimos que los estudiantes no están acostumbrados a una enseñanza activa, sino pasiva.

Es por ello, que durante el ciclo escolar: 2023-2024, con la formación y experiencia que se tenía —quizá escasa— se decidió llevar a cabo, diversos proyectos con diferentes grupos de secundaria. Aquí solo se expondrá el caso de un grupo de segundo grado de secundaria mediante un proyecto transversal (vertical), esto con el fin de identificar dificultades de enseñanza y aprendizaje.

Preguntas y objetivos de la investigación

¿Qué dificultades enfrenta el y la docente de matemáticas de nivel secundaria al enseñar mediante proyectos educativos de acuerdo con lo establecido por la NEM?

¿Qué dificultades de aprendizaje enfrentan los estudiantes de segundo grado de secundaria cuando el medio que se utiliza para su enseñanza es el uso de proyectos educativos propuestos en la NEM?

Los objetivos propuestos fueron:

Identificar las dificultades que tienen las maestras y los maestros de matemáticas de secundaria para su enseñanza al implementar proyectos educativos que incluyen la transversalidad.

Identificar las dificultades de aprendizaje que presentan los estudiantes de segundo grado de secundaria cuando el medio que se utiliza es la metodología por proyectos.

Método

Esta investigación cualitativa (Eisner, 1998; Carvalho, M. 2008; Martínez, 2006) permite conjugar enseñanza e investigación Barreiro et al. (2017).

Este trabajo se llevó a cabo con un grupo de segundo grado de secundaria, integrado por 39 alumnos, de los cuales 20 son mujeres y 19 son hombres, cuyas edades oscilan entre los 13 y 14 años.

A continuación, se enlistan y se describen de modo general las acciones realizadas para la elaboración del proyecto:

- a) Se inició el ciclo escolar con la presentación personal ante los alumnos y se dieron a conocer los criterios de evaluación.
- b) Se dio a conocer el perfil de egreso para la Educación Básica y los contenidos para el primer trimestre.
- c) Se fueron conociendo las necesidades de los alumnos conforme avanzaban las sesiones de clases.

d) Se identificaron los contenidos más apropiados para elaborar el proyecto con base en las necesidades del grupo.

e) Se procedió a elaborar el proyecto mediante el planteamiento de preguntas y objetivos de investigación.

f) Se implementó la planeación didáctica mediante el proyecto transversal con tres contenidos matemáticos del *Programa Sintético* (funciones, Introducción al álgebra, regularidades y patrones). Al mismo tiempo se consideraron los *Procesos de Desarrollo de Aprendizaje* (PDA).

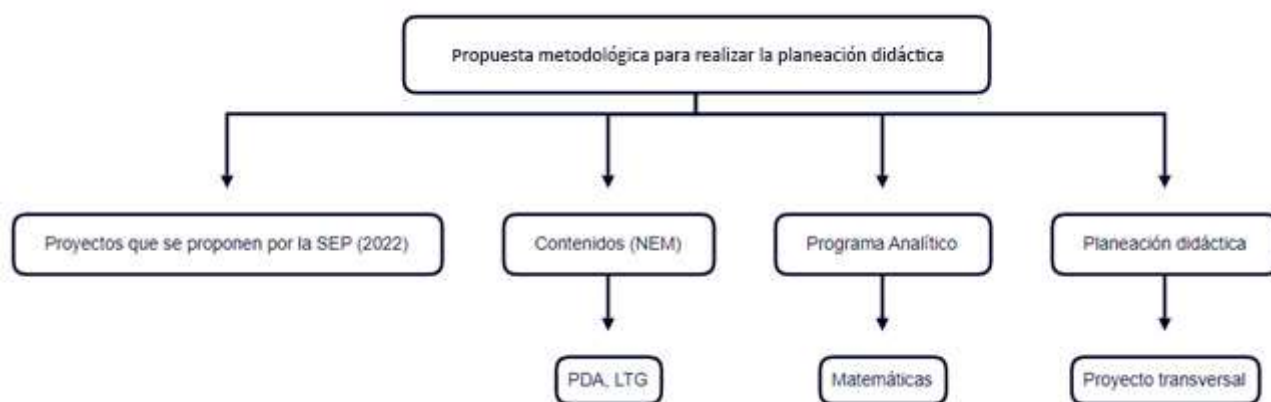
g) Se realizaron actividades indicadas en el Libro de Texto Gratuito (LTG).

h) Previos a la realización del proyecto se realizaron actividades de cálculo de perímetros y áreas de figuras geométricas; ejercicios con series numéricas, trazo de funciones en plano cartesiano, en donde los alumnos realizaban una tabla de valores y graficaban las coordenadas en el plano cartesiano, de funciones lineales y cuadráticas (parábolas).

i) Al finalizar el proyecto de intervención se recopilaron evidencias.

A modo de resumen, la siguiente figura permite identificar el seguimiento que se realizó para la elaboración de la presente investigación.

Figura 1. Organigrama de la investigación



Técnicas e instrumentos de investigación

Aquí se utilizaron *técnicas e instrumentos* para recabar la información. Con técnica de observación se utilizó la observación participante. La de desempeño se

apoyó con el producto final integrador y bitácora, tal como se muestra a continuación:

Tabla 1. *Técnicas e instrumentos utilizados en la investigación.*

Técnicas	Instrumentos
Observación.	Observación participante
Desempeño	Producto final integrador y bitácora.

Propuesta institucional

Al inicio del ciclo escolar 2023 – 2024, por primera vez se implementó el “nuevo modelo educativo” de la NEM el cual está constituido por 6 fases. La fase 6 corresponde al nivel de secundaria con una duración de tres años. Para la NEM las asignaturas son denominadas disciplinas. Dichas disciplinas están agrupadas en cuatro campos formativos, a saber:

Tabla 2. *Campos Formativos y Disciplinas*

Campos Formativos	Disciplinas
Lenguajes.	Español, Artes e Inglés.
Saberes y Pensamiento Científico.	Matemáticas, Biología, Física y Química.
Ética, Naturaleza y Sociedades.	Geografía, Historia, Formación Cívica y Ética.
De lo Humano y lo Comunitario.	Tecnología, Tutoría/Educación Socioemocional, Educación Física.

Tomada de: DOF. 08/08/23 SEP, 2022, pp. 352-457

De acuerdo con la NEM, esta organización en campos formativos impulsa una mayor autonomía profesional que fomenta el diseño de propuestas contextualizadas en las que se problematice la realidad y se atienda a las características, necesidades e intereses de niñas, niños y adolescentes (Anexo, Acuerdo 08/08/23 del DOF, pp. 352 - 457).

De acuerdo con la NEM, cada disciplina tiene sus propios contenidos y sus PDA, lo que permite a los estudiantes movilizar lo que saben y pueden hacer, viendo

al aprendizaje como un proceso no estático, sino abierto y flexible a las condiciones, intereses y experiencias de cada alumno y grupo según el *Programa Sintético* (Acuerdo 08/08/23 del DOF).

El *Programa Sintético* para la disciplina de matemáticas, tiene un total de 38 contenidos y 73 PDA que están distribuidos tal como se presenta en la tabla 3.

Tabla 3. *Contenidos y PDA del programa sintético de matemáticas.*

Grado escolar	No. de contenidos	No. De PDA
Primer grado	14	31
Segundo grado	12	21
Tercer grado	12	21

Para segundo grado de secundaria, la NEM establece en su *Programa Sintético* 12 contenidos nacionales con 21 PDA, en la siguiente tabla solo se presentan los correspondientes a funciones, introducción al álgebra y, regularidades y patrones.

Tabla 4. *Contenidos y PDA del Programa Sintético de segundo grado de secundaria.*

Contenidos	PDAS
Funciones.	Relaciona e interpreta la proporcionalidad inversa de dos magnitudes o cantidades, además usa una tabla, gráfica o representación algebraica en diversos contextos.
	Representa algebraicamente perímetros de figuras.
Introducción al álgebra.	Representa algebraicamente áreas que generan una expresión cuadrática.
	Representa algebraicamente una sucesión con progresión aritmética de figuras y números.
Regularidades y patrones.	Representa algebraicamente una sucesión con progresión cuadrática de figuras y números.

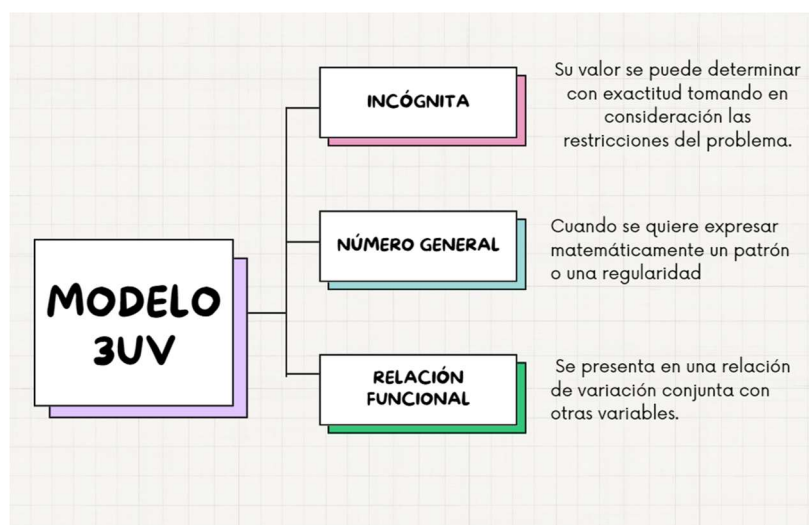
Perspectiva teórica

Aquí interesaron elementos de carácter teórico y de método, por consiguiente, la perspectiva teórica referencial, estuvo orientada en dos perspectivas: *epistemológica* y *cognitiva*.

Perspectiva epistemológica

Se utilizó el uso de la variable algebraica, la cual puede ser interpretada como *incógnita*, *número generalizado* o *relación funcional*. De acuerdo con Ursini y Trigueros (2001 y 2004), estas tres acepciones son mejor conocidas como el Modelo 3UV (3 usos de la variable).

Figura 2. Modelo 3UV



Tomado de: Ursini, 2001, pp. 24 - 35

Perspectiva cognitiva

En este estudio, se asume la posición de Hiebert y Carpenter (1992) para la *comprensión matemática*. Ellos manifiestan que una idea, procedimiento o hecho matemático es comprendido si su representación mental es parte de una red de *representaciones*. Para estos autores, las redes se construyen gradualmente cuando nueva información es conectada a una red existente o cuando nuevas relaciones son construidas entre previa información desconectada.

Asociaciones internacionales como la National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) reconoce que aprender matemáticas *sin comprensión*

ha sido por mucho tiempo un resultado común de la educación de las matemáticas escolares.

Además, en su estándar de representaciones para los grados 6 – 8 la NCTM establece:

Las representaciones son centrales para el estudio de las matemáticas. Los estudiantes pueden desarrollar y profundizar su comprensión de los conocimientos matemáticos y sus relaciones, creando, comparando y usando varias representaciones o modelos matemáticos de forma gráfica, simbólica, por dibujos o diagramas para que el estudiante pueda visualizar a la matemática como un todo integrado. (NCTM, 2000, p. 280)

Criterios de análisis

Los criterios de análisis utilizados en este trabajo derivaron de la perspectiva teórica utilizada en esta indagación.

Tabla 5. *Criterios de análisis*

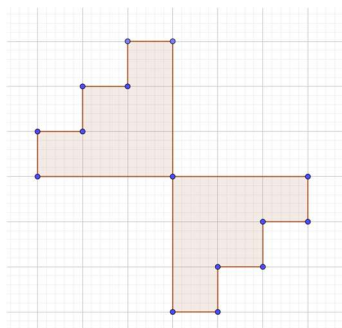
Epistemológico	Cognitivo
Modelo 3UV	Modelos o representaciones matemáticas:
- Incógnita (I)	- Gráficas
- Número general (G)	- Numéricas
- Relación funcional (F)	- Algebraicas y verbales

La discusión de resultados

Esta investigación requirió aplicar una planeación didáctica de 11 sesiones de 50 minutos cada una; aquí se designarán con las letras A, B y C para referirnos a los alumnos.

A continuación, se enumeran los pasos que se siguieron:

- a) Se aplicaron tres contenidos del programa sintético.
- b) Se solicitó a los alumnos que trazaran la siguiente figura en papel bond cuadriculado.



c) Posteriormente se les pidió ampliar la figura al doble, al triple y cuádruple, realizando el conteo de las unidades cuadradas para conocer área y perímetro.

d) Se les solicitó que registraran los resultados del área y del perímetro en la siguiente tabla.

Figura	1	2	3	4
Perímetro				
Área				

e) Además, se les dijo que graficaran en el plano cartesiano, la figura, el valor del perímetro y del área.

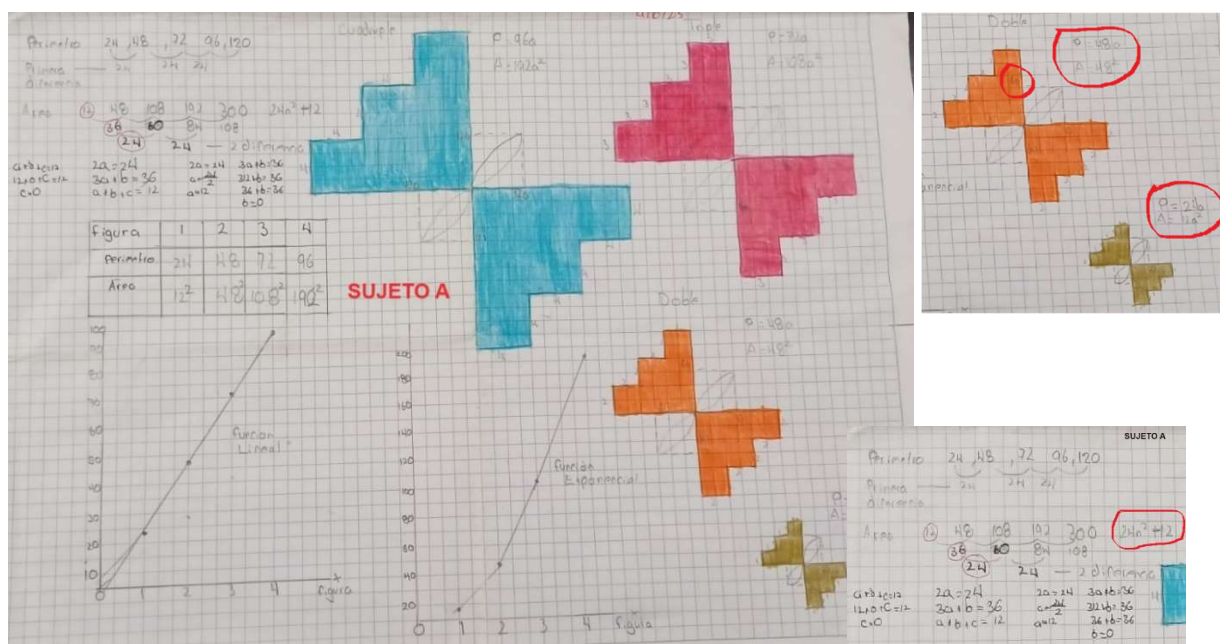
f) Con los resultados del perímetro y del área se les formuló establecer una sucesión aritmética y una cuadrática, para poder encontrar el término n -ésimo de cada sucesión.

g) Se les requirió que establecieran la función considerando la gráfica del plano cartesiano.

h) Al finalizar la secuencia, se pidió que cada alumno replicara la secuencia didáctica con la figura que ellos quisieran.

A modo de evidencias, se presentan tres productos realizados por los alumnos A, B y C, los cuales se muestran en las figuras 3, 4 y 5.

Figura 3. Uso del modelo 3UV y cálculo del perímetro y área por el alumno A.



Con relación a lo epistemológico se puede argumentar que el alumno A calcula el perímetro considerando cada lado de la figura como un término algebraico, ya que anotó la dimensión de cada lado como $6a$ y a , el resultado del perímetro como $24a$, y el área del cuadrado $A = 12a^2$. Reconoce la correspondencia entre variables relacionadas, independientemente de la representación utilizada.

Con respecto al aspecto cognitivo podemos señalar que recurrió al uso de representaciones (gráficas, numéricas, algebraicas y verbales). Se pudo identificar que al valor numérico del área para el alumno A, colocó un exponente; y al realizar la gráfica en el plano cartesiano para el área, la escala que utilizó para el eje de las ordenadas no es correcto, ya que comenzó utilizando un cuadro del 0 al 20 y continuo de dos en dos cuadros para ir de 20 en 20. Hizo lo mismo con el plano cartesiano del perímetro.

SUJETO B

Figura 1

Perímetro: 21, 12, 21, 108, 112

Área: 12, 21, 108, 112

Figura 2

Perímetro: 21, 12, 21, 108, 112

Área: 12, 21, 108, 112

Figura 3

Perímetro: 21, 12, 21, 108, 112

Área: 12, 21, 108, 112

Function Lineal

Y-axis: Perímetro (0 to 120)

X-axis: Figura (1, 2, 3)

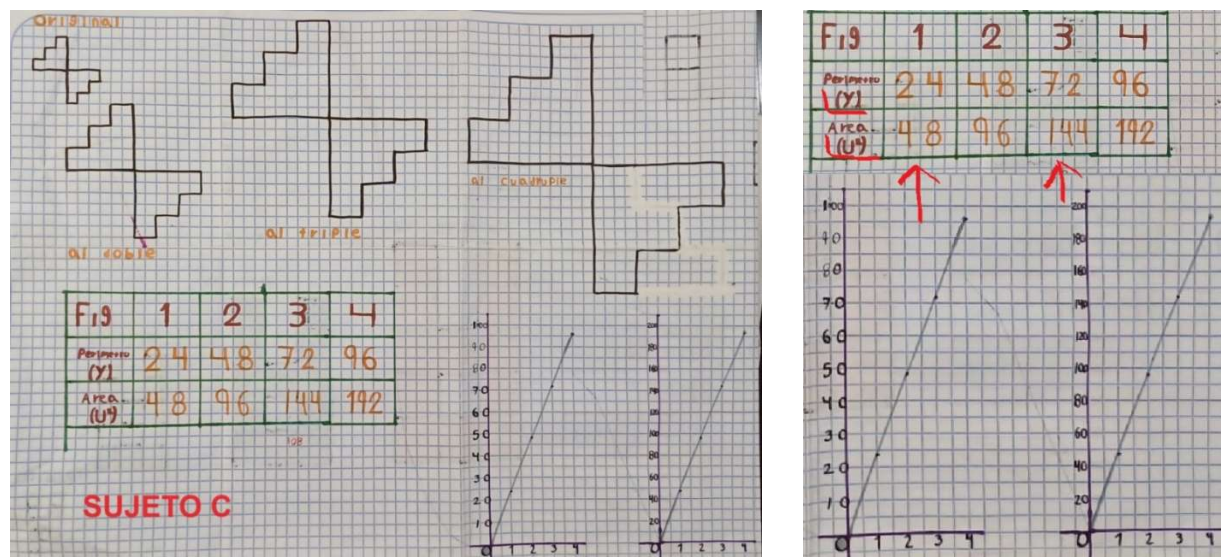
Lineal: $y = 108x + 12$

Figura	1	2	3	4
Perímetro	21	12	21	108
Área	12	21	108	112

31

que sus representaciones son distintas a las del alumno A, en sentido de incluso identificar a la función lineal.

Figura 5. Producto terminado haciendo uso del modelo 3UV por el alumno C



En el aspecto epistemológico, el alumno no escribió el resultado del perímetro ni del área, tampoco hay evidencia del conteo realizado. Con relación al modelo 3UV no se identifica que haya recurrido a la relación funcional.

Con respecto al aspecto cognitivo podemos señalar que el alumno C, recurrió al uso de representaciones gráficas y numéricas, pero no hizo uso de las expresiones algebraicas y numéricas. Se identifica que la gráfica del plano cartesiano para el área es incorrecta.

A modo de conclusiones

Aquí daremos respuesta a la primera pregunta de investigación planteada:

¿Qué dificultades enfrenta el y la docente de matemáticas de nivel secundaria al enseñar mediante proyectos educativos de acuerdo con lo establecido por la NEM?

- La principal dificultad a la que se enfrenta el docente es el desconocimiento de cómo elaborar la planeación didáctica mediante la metodología por proyectos. A este respecto, hay que enfatizar que no hay capacitación por parte

de las autoridades de la SEP. De esta manera, cada docente, realiza proyectos de acuerdo con su formación y a la capacitación que a veces éste tiene que pagar.

- Otra de las dificultades que tiene el docente al momento de diseñar una planeación didáctica mediante proyectos, es que el docente no tiene claro el planteamiento de las preguntas de investigación y sus propósitos, así como de los alcances y limitaciones que puede tener.

- Resumiendo, las dificultades obedecen a la falta de una formación de profesor-investigador.

- Algo que es importante señalar es que la carga administrativa, el número de grupos y la cantidad de alumnos también son un obstáculo para el profesor, ya que no tiene el tiempo, los espacios y recursos para llevar a cabo una investigación de manera adecuada.

La respuesta a la segunda pregunta planteada es:

¿Qué dificultades de aprendizaje enfrentan los estudiantes de segundo grado de secundaria cuando el medio que se utiliza para su enseñanza es el uso de proyectos educativos propuestos en la NEM?

- Una de las dificultades que se identificó en los estudiantes es que están acostumbrados a realizar actividades de manera mecánica; es decir, están acostumbrados a que el profesor explica mediante ejemplos y los alumnos reproducen de manera pasiva; pero cuando se les pide que realicen actividades mediante indicaciones verbales o escritas, es decir, sin ningún símbolo numérico, entonces se les dificulta interpretar o traducir la información. En suma, no están acostumbrados a trabajar mediante la metodología por proyectos.

- Los estudiantes carecen de un lenguaje universal matemático, pues es indispensable para tener una mejor comprensión de los contenidos a estudiar.

- De acuerdo con la propuesta para la enseñanza y manipulación de los tres usos de la variable, los alumnos de segundo grado no tienen claridad de los usos tal como propone el modelo 3UV.

Alcances, limitaciones y propuestas.

Alcances.

- Este trabajo permitió tener la experiencia y la pauta para identificar con más claridad las dificultades que tiene el y la docente de matemáticas de secundaria al realizar la planificación didáctica mediante la metodología por proyectos.
- Este trabajo permitió identificar las dificultades de aprendizaje en los estudiantes con el uso del modelo 3UV.
- Permitted propiciar un trabajo más activo por parte de los alumnos.

Limitaciones.

- El docente en nivel secundaria de educación básica en general y en especial en el nivel secundaria no cuenta con los espacios para diseñar actividades interdisciplinarias debido a la carga horaria y administrativa.
- El incumplimiento de llevar consigo la hoja de trabajo como parte del proyecto (transversal) por parte de algunos alumnos impidió el desarrollo de la actividad de manera continua.

Propuesta.

- Compartir este tipo de resultados en espacios de investigación para la mejora de la práctica docente.
- En la medida de lo posible, diseñar actividades educativas que realmente promuevan el análisis y la reflexión y compartirlo en distintos escenarios.
- Compartir experiencias con los resultados obtenidos con la comunidad docente de las escuelas donde se realice el trabajo de investigación.

Referencias

- Barreiro, P., Leonian, P., Marino, T., Pochulu, M. D. & Rodríguez, M. A. (2017). *Perspectivas metodológicas en la enseñanza y en la investigación en educación matemática*. Ediciones UNGS.
- Carvalho, M. (2008). *Investigación cualitativa en educación matemática*. Limusa.
- Eisner, E. (1998). *El ojo ilustrado. Indagación cualitativa y mejora de la práctica educativa*. Ediciones Paidós.
- Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and Teaching with Understanding. En D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 65-97). New York: Macmillan.

Martínez, M. (2006). *La investigación cualitativa. Síntesis conceptual*. Revista Investigación en Psicología. UNMSM. Vol.9 (1), pp.123-146.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and Standards for School Mathematics. Reston, Virginia: NCTM.

[SEP, \(2023\). *Un libro sin recetas para el maestro*. Fase 6. México: SEP](#)

[SEP, \(2023\). *Saberes y pensamiento científico*. Segundo Grado. México: SEP](#)

[SEP, \(2023\). *Nuestro libro de proyectos*. Segundo grado. México: SEP](#)

Ursini, s (2008). Enseñanza del Álgebra Elemental una Propuesta Alternativa. México: Trillas.

https://www.dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5698665&fecha=15/08/2023#gsc.tab=0

[https://www.dof.gob.mx/2023/SEP/ANEXO ACUERDO 080823 FASES 2 A 6.pdf](https://www.dof.gob.mx/2023/SEP/ANEXO%20ACUERDO%20080823%20FASES%20A%206.pdf)

CAPITULO IV

Estrategias didácticas para la enseñanza de productos notables: binomio al cuadrado y binomio al cubo

Alma Yamida Álvarez Armenta
Universidad Autónoma de Sinaloa

Resumen

Esta propuesta se centra en la enseñanza y el aprendizaje del álgebra a través de un modelo didáctico para introducir los productos notables, específicamente el binomio al cuadrado y el binomio al cubo. Un problema común en la enseñanza del álgebra es el uso de fórmulas o reglas que los estudiantes no comprenden completamente, ya que a menudo se presentan sin una demostración algebraica, un proceso inductivo basado en casos específicos, o representaciones gráficas. No se trata solo de enseñar el procedimiento algebraico para elevar un binomio al cuadrado, sino también de trabajar con casos específicos que ilustren la fórmula. Esto permite avanzar de lo particular a lo general, integrando la aritmética y la geometría con el álgebra. Además, es importante realizar demostraciones aritméticas aplicando valores a las variables y ejecutando las operaciones correspondientes, así como dibujar la figura geométrica asociada, como en el caso del cuadrado, y presentar un modelo didáctico (Mora, A. 2011). Se propone un diseño para el desarrollo de habilidades matemáticas en donde los estudiantes deben poder razonar matemáticamente y no simplemente responder cierto tipo de problemas mediante una repetición de procedimientos establecidos, presentándose así la necesidad de un cambio de estrategias didácticas de enseñanza en el centro educativo de nivel bachillerato por medio de procesos de aprendizaje activos y actualizados que contribuyan a que los estudiantes construyan sus propios significados y asimilen mejor los contenidos de la asignatura; como es el caso de la “clase invertida”, al mejorar su actitud hacia la materia y sentirse motivados.

Palabras clave: Aula invertida, matemáticas.

Introducción

El aula invertida es un modelo innovador que pretende cambiar el desarrollo de una clase tradicional es decir, en casa el estudiante se informa sobre el tema, con videos que el maestro facilita para conocer el tema a tratar en la siguiente clase y en el aula se realiza la tarea, con la finalidad de mejorar las habilidades de comprensión y las competencias de pensamiento complejo, por lo que se puede considerar una estrategia educativa apropiada a los avances tecnológicos a que los estudiantes tienen acceso.

Uno de los grandes problemas que se presentan en la enseñanza de las Matemáticas en todos los niveles educativos es el aprendizaje del lenguaje algebraico, ya que éste proporciona una de las mayores dificultades en todos los niveles debido al grado de abstracción, la utilización de símbolos para representarlo,

las características sintácticas, los convenios de notación, los signos de operación, la utilización de paréntesis, el sentido y uso de las letras, y las diferencias con el lenguaje aritmético explorado desde la educación básica, etc. (SEP, 2017).

Específicamente en el nivel bachillerato, el Álgebra, como lenguaje de comunicación aplicable a una gran cantidad de situaciones de la vida, es muy importante, ya que proporciona las herramientas básicas para la generalización. Mora A. (2011) menciona que la posibilidad de utilizar un símbolo que represente un conjunto de valores numéricos es una de las principales características que dan utilidad al álgebra en este nivel, sin embargo, esta generalización implica un grado alto de complejidad en el aprendizaje de las matemática, él también menciona que en muchas ocasiones la dificultad se deriva de que los estudiantes no llegan a comprender la utilización de símbolos algebraicos porque no ven su relación con lo que representan en las situaciones que se estudian. Finalmente, él concluye que esto se debe a una descontextualización, lo que lleva a muchos estudiantes a aprenderse de memoria un conjunto de reglas y algoritmos de resolución, sin entender su sentido ni su significado y en otras ocasiones a que las situaciones de partida no son lo suficientemente adecuadas como para llegar a necesitar su utilización.

Por tanto, es necesario dedicar un tiempo considerable al aprendizaje del álgebra, de tal manera que los estudiantes comprendan el sentido de las literales como parámetros, variables, incógnitas, etc., y los símbolos como base para el tratamiento algebraico de otros contenidos en el bachillerato. El presente trabajo presenta un modelo didáctico para el aprendizaje del binomio al cuadrado y del binomio al cubo, en el área de matemáticas en bachillerato.

Este trabajo trata de extrapolar una realidad existente en la Universidad de Málaga, en concreto en la Facultad de Ciencias de la Educación. Dicha realidad es la utilización de un nuevo enfoque metodológico conocido como flipped classroom o clase invertida, que responde a unas necesidades existentes en el proceso de enseñanza aprendizaje. Se busca un enfoque en el que se fomente el trabajo colaborativo, la participación del alumnado, la adaptación a distintos ritmos de

aprendizajes, clases más prácticas y experimentales, que impulse el trabajo autónomo, y la autorregulación en el aprendizaje.

Esta investigación se realizó con el objetivo de analizar y conocer los resultados obtenidos tras haber llevado a cabo la inversión de distintas asignaturas en diferentes cursos de la universidad de Málaga y analizar la viabilidad didáctica de esta innovación, y su continuidad Sánchez, C. (2017).

Antecedentes

La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en el nivel medio superior constituye un tema fundamental dentro de la educación por las dificultades que se presentan en el aula. Los docentes que imparten la materia de Matemáticas a nivel medio superior normalmente se encuentran con una actitud de rechazo o poca motivación por parte de los estudiantes. Asimismo, las condiciones académicas con las que ingresan los estudiantes a este nivel son de bajo rendimiento. En este sentido los estudiantes suelen expresar que ven las matemáticas como algo aburrido y sin sentido (Ricoy y Couto, 2018).

Ante esta situación se dificulta aún más el aprendizaje de las matemáticas, ya que su estudio requiere de una disposición por parte del estudiante para asimilar los conceptos, estructurar jerárquicamente los conocimientos matemáticos, hacer uso el lenguaje matemático, o de lo contrario, se bloquea y se le dificulta comprender conceptos básicos (Ricoy y Couto, 2018).

La enseñanza de las matemáticas en el nivel medio superior puede resultar un reto para los profesores de hoy, presentando un panorama inquietante, y al mismo tiempo, un reto en su formación, actualización y desempeño. Su papel es relevante en el proceso de enseñanza- aprendizaje; por lo cual es necesario que el profesor encuentre los materiales y recursos disponibles para lograr atraer la atención de los estudiantes y facilitar mejores aprendizajes en las diferentes asignaturas del área de las matemáticas (Pañi y Tacuri, 2019).

En la enseñanza tradicional, la introducción al método algebraico, se hace la mayoría de las veces con demasiada rapidez y de manera mecánica, sin valorar de forma adecuada las dificultades que llevan a una correcta asimilación. La mayoría de los símbolos que son utilizados en álgebra se habían utilizado antes en aritmética

es por eso que los estudiantes pueden entrar en conflicto, ya que para incorporar un nuevo significado de símbolos se debe distinguir y ampliar el que ya tenían. La realidad al interior de las aulas es que las prácticas de los profesores de matemáticas siguen siendo descontextualizadas y que estas a su vez provocan un rechazo hacia su aprendizaje y en consecuencia una baja calidad académica (Mora, 2011).

Rol del profesor y el estudiante

En este contexto, el proceso de enseñanza aprendizaje se concibe como el espacio en el cual el principal protagonista es el estudiante y el profesor cumple con una función de facilitador de los procesos de aprendizaje. Son los estudiantes quienes construyen el conocimiento a partir de leer, de aportar sus experiencias y reflexionar sobre ellas, de intercambiar sus puntos de vista con sus compañeros.

La tecnología juega un papel predominante en el aprendizaje de los estudiantes, principalmente porque apoya el aprendizaje más allá del aula, razón por la cual en los últimos años se ha registrado un incremento en el uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en educación (Davies, Dean, & Ball, 2013). Las TIC están cambiando nuestros modos de vida, comunicación y aprendizaje y específicamente en el campo educativo, estas tecnologías se pueden aprovechar para ampliar el acceso al aprendizaje, en particular para las personas con discapacidad y para quienes se encuentran en lugares con infraestructuras limitadas, por ejemplo, gracias al uso de los teléfonos móviles (Gómez, 2002). Las TIC pueden utilizarse también para afrontar problemas sistémicos, ya que permiten ofrecer formación profesional y permanente a los docentes, así como apoyar la gestión de la educación. La UNESCO (2017) brinda asesoramiento en materia de políticas, especialmente en relación con nuevos ámbitos como el aprendizaje móvil o la disponibilidad de recursos multilingües y multimedia.

En este sentido, con el desarrollo tecnológico en apoyo del aprendizaje, se han utilizado diversos medios digitales que facilitan al estudiante el acceso a una extensa variedad de información proveniente de diferentes fuentes como: internet, recursos educativos abiertos, investigaciones desarrolladas por instituciones,

material de audio y video, los cuales permiten al estudiante complementar y fortalecer los conocimientos adquiridos.

Una de las metas u objetivos más importantes planteados por la educación es la de lograr que los estudiantes practiquen el aprendizaje autónomo (Díaz Barriga, 1998); esto implica que el estudiante tenga la habilidad de aprender por cuenta propia; que el estudiante administre su propio proceso de aprendizaje, que identifique lo que quiere aprender, organice las actividades necesarias, evalúe este proceso y lleve a cabo modificaciones al mismo.

Beneficios para estudiantes

Una de las ventajas de trabajar con este modelo es que el aprendizaje de los estudiantes se suscite tanto dentro como fuera de clase, esta estrategia didáctica ofrece una forma de aprendizaje semi presencial ya que los estudiantes pueden aprender desde sus casas mediante juegos, presentaciones , videos, ejercicios en línea y tanto los docentes como estudiantes interactúan para resolver problemas adaptándose al ritmo de cada estudiante y mejorando así significativamente el ambiente de trabajo en el aula, incrementando la atención del docente para cada estudiante, transformando la clase en un espacio de interactividad incluyendo a los miembros de la comunidad educativa en el proceso de aprendizaje para promover la creatividad y el pensamiento crítico, facilitando así la entrega de tareas (Guerrero et al, 2018).

Otra ventaja, consiste en reutilizar constantemente el material propuesto e incentivar a los estudiantes a la resolución de problemas en clase, promoviendo la interacción social entre estudiantes y docente, mejorando la actitud de los estudiantes hacia la materia incrementando el interés y la motivación. Finalmente, en esta metodología, la retroalimentación se genera de manera inmediata acercando a los estudiantes al conocimiento de una manera simple y agradable (Macías, 2019).

De acuerdo con la necesidad de mejorar el aprendizaje de los conceptos básicos del área de matemáticas en los estudiantes de bachillerato, se pretende brindar a la comunidad educativa una herramienta pedagógica que involucre el uso de una estrategia, para facilitar el aprendizaje de una manera más dinámica y

desarrollar el pensamiento matemático que conlleve a elevar el nivel académico y el gusto por las matemáticas. Además, se espera que este material motive a los demás docentes de la institución a integrarla en sus prácticas pedagógicas que beneficien los procesos de enseñanza y aprendizaje, que contribuyan a erradicar posturas rígidas y el quehacer pedagógico tradicional donde el docente es el centro de la clase.

Estrategias para implementar en las aulas

Se pretende brindar a la comunidad educativa una herramienta pedagógica mediante el aula invertida que involucre el uso de un taller que facilite el aprendizaje de los productos notables binomio al cuadrado y binomio al cubo en estudiantes de bachillerato en la modalidad presencial.

Conclusión

El aporte de esta propuesta es que los estudiantes requieren un cambio metodológico por eso se considera de suma importancia la incorporación de la clase invertida en el aula a través de capacitaciones pertinentes para que el docente pueda incentivar a sus estudiantes a ser mejores cada día y no saturar su ritmo de trabajo con tareas interminables sino ser un facilitador de los contenidos.

Se concluye por las limitantes del trabajo, que cuando exista un desconocimiento de las herramientas tecnológicas, no será posible utilizar la clase invertida como un proceso metodológico que enriquezca las actividades dentro y fuera del aula, debido a que este modelo requiere de auto-disciplina por parte de los estudiantes, ya que algunos de ellos se resisten al cambio que requiere este modelo, dado que están acostumbrados a un aprendizaje o modelo pedagógico tradicional, que está caracterizado por la marcada diferencia de roles entre el estudiante y el profesor. Finalmente, como consideraciones a futuro, se espera que este trabajo se logre implementar con tiempo para que permita orientar a cada estudiante de una manera personalizada dado que el proyecto tiene el propósito de mejorar el desempeño de los estudiantes a partir de la observación de sus procesos de aprendizaje y el seguimiento a sus progresos.

Referencias

- Davies, R., Dean, D. y Ball, N. (2013). *Flipping the classroom and instructional technology integration in a college-level information systems spreadsheet course*. *Educational Technology Research and Development*, 61(4), 563-580.
https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2321828
- Guerrero, C., Prieto, Y. y Noroña, J. (2018). *La aplicación del aula invertida como propuesta metodológica en el aprendizaje de matemática*. *Espí-ritu Emprendedor TES*, 2(1), 1-12.
<http://espirituemprendedores.com/index.php/revista/article/view/33>
- Macías, J. A. (2017). *El papel del docente en un aula invertida universitaria. Un estudio de caso*. (Trabajo fin de Máster, Universidad de Málaga).
<http://maciasgarcia.es/docs/Macias2017.pdf>
- Mora, A. (2011). *Desarrollo de competencias algebraicas basado en la resolución de problemas*.
<https://www.fcfm.buap.mx/assets/docs/docencia/tesis/matematicas/AdrianalsabelMoraPalestina.pdf>
- Ricoy, M. y Couto, M. (2011). *Desmotivación del alumnado de secundaria en la materia de matemáticas*. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 20 (3), 69-79.
- Sánchez, C. (2017). *Flipped classroom. La clase invertida, una realidad en la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Málaga*. Tesis Doctoral, Universidad de Málaga.
- SEP. (2017). *Documento base del bachillerato general*.
https://sep.gob.mx/work/models/sep1/Resource/15105/1/images/modelo_educativo_educacion_obligatoria.pdf
- Unesco. (2017). *La educación transforma vidas. Francia*.
<http://unesco.guatemala.org/wp-content/uploads/2017/04/Educacion-para-transformar-vidas.pdf>

CAPITULO V

Propuesta de una Actividad de Clase Demostrativa Interactiva para el Aprendizaje Conceptual de Cinética de Partículas en el Instituto Tecnológico de Durango

Jaime Anuar Seleme Ocampo

Ricardo Cabrera Martínez

Adán Medina Núñez

Niltza Iracema González García

Instituto Tecnológico de Durango

Resumen

En este trabajo presentamos el diseño de una actividad didáctica de aprendizaje activo basada en las Clases Demostrativas Interactivas, así como una propuesta para su aplicación en el ciclo escolar, Agosto-Diciembre 2024, esto con la finalidad de obtener resultados sobre la efectividad del uso de esta metodología en el aprendizaje conceptual en los estudiantes en el Instituto Tecnológico de Durango. La actividad trata sobre el tema de dinámica de partículas y se apoya en las simulaciones interactivas de física Phet (Physical Education Technology) de la Universidad de Colorado Boulder.

Palabras clave: clases demostrativas interactivas, simulaciones interactivas, aprendizaje activo.

Introducción

La enseñanza de la física a nivel medio superior y superior suele presentar grandes desafíos para el docente de estos niveles, debido a distintos factores que se enlistan a continuación:

- El estudiante a menudo presenta lagunas importantes en sus conocimientos previos de física y matemáticas, es decir, es un problema que se viene arrastrando desde los niveles básicos. En la prueba PISA 2022, México fue el país peor evaluado de la OCDE en Ciencia, y el tercer peor en matemáticas.
- El estudiante ve a la física como una materia difícil, y presenta una falta de motivación con respecto a su estudio (Ramírez Maldonado et al., 2013).
- La falta de equipamiento adecuado en laboratorios de física en las instituciones educativas del país.

La mecánica clásica forma una parte sustancial de los programas de física de bachillerato y universidad, por lo que es importante proponer estrategias de

enseñanza que permitan lograr un aprendizaje conceptual en esta rama de la disciplina, en particular, en lo que se refiere a la dinámica de partículas. La importancia del dominio de este tema se debe a que es la base de múltiples temas de la materia que se estudian a lo largo del semestre, sino que se relaciona con conceptos fundamentales de cálculo diferencial e integral, por lo que su estudio contribuye a la formación integral del estudiante.

El aprendizaje conceptual se define como la capacidad de aplicar el conocimiento en contextos distintos a los utilizados durante la clase (Sands, 2014). Las estrategias de aprendizaje activo han demostrado ser más efectivas para lograr el aprendizaje conceptual en temas de física, especialmente cuando se contrastan con las llamadas clases tradicionales (Thornton y Sokoloff, 1998). Las investigaciones sobre la enseñanza de la física han demostrado la conveniencia de involucrar activamente al alumno en su proceso de aprendizaje (Yolanda Ramírez Maldonado et al., 2013), en parte dándole las herramientas y los ambientes necesarios para que pueda experimentar, y, por otra parte, fomentando la reflexión con respecto a las experiencias realizadas.

En la instrucción tradicional, el estudiante suele ser un observador pasivo, mientras que toda la autoridad y fuente de conocimiento reside en el profesor. En cambio, los métodos de aprendizaje activo apoyados en el uso de herramientas digitales promueven un proceso de aprendizaje interesante y agradable (Zumba et al., 2023).

La actividad propuesta busca mejorar el aprendizaje conceptual del tema de dinámica de partículas en estudiantes del Instituto Tecnológico de Durango, con el objetivo de lograr una comprensión profunda de las leyes de movimiento de Newton y su efecto en sistemas mecánicos reales, lo cual es indispensable para un ingeniero.

Metodología

Las simulaciones interactivas de física son programas de computadora que facilitan la comprensión de un sistema dinámico del mundo real, a partir de un modelo virtual que permite modificar ciertas variables a través de controles mostrados en pantalla, y da retroalimentación en tiempo real al mostrar animaciones del resultado (Tavares y Martínez, 2017). Una de las características principales de las simulaciones interactivas es que permiten realizar predicciones antes de observar los resultados del experimento virtual, lo que puede dar pie a una reflexión por parte del alumno. Sin embargo, las simulaciones interactivas no fomentan el aprendizaje por sí mismas, ya que sin una estrategia didáctica

que las acompañe, podría no tener beneficios y hasta ser perjudicial en su uso (Ceberio et al., 2016). Una estrategia para el uso de simulaciones interactivas son las clases demostrativas interactivas.

La clase demostrativa Interactiva (ILD por sus siglas en inglés) es una estrategia de enseñanza de aprendizaje activo, en la que el profesor proyecta una Simulación Interactiva para toda la clase. Esta estrategia se basa en el ciclo PODS (Predicción-Observación-Discusión-Síntesis), que tiene la ventaja de propiciar que el estudiante vea desafiadas las preconcepciones con las que llega a la clase, y las contraste directamente con la experiencia vista.

La principal característica de las ILDs es el uso de una “hoja de predicciones”, en la cual se plantean varias preguntas previas a la demostración, y el alumno utiliza sus conocimientos y concepciones previas para anotar sus ideas con respecto a lo que sucederá con la simulación a partir de las condiciones iniciales planteadas por el maestro.

Los pasos por seguir en la ILD son los siguientes:

1. Se presenta el escenario experimental a los estudiantes, mediante la simulación interactiva que el profesor proyecta frente a todo el grupo. Se explica las características y el uso de la simulación a los estudiantes, pero no se echa a andar el experimento todavía.
2. Se solicita a los estudiantes que revisen la hoja de predicciones, y que escriban sus ideas. Es posible incluir espacios para que los estudiantes realicen diagramas o gráficos como parte de sus predicciones.
3. Se organiza a los estudiantes en grupos pequeños, de 2 a 4 personas. La idea es fomentar la discusión en estos grupos, para que los estudiantes comparen sus ideas con las de sus compañeros. Si sus ideas difieren de las de sus compañeros, pueden escribir las predicciones de los demás en su propia hoja de predicciones, haciendo la distinción de cuáles ideas son propias y cuáles de sus compañeros.
4. El profesor fomenta una discusión grupal, que utilizará para recolectar las opiniones de los estudiantes, solicitando a algunos de ellos que describan el razonamiento detrás de la predicción.
5. Se realiza el experimento con la simulación interactiva. Es importante que el profesor no dé una explicación formal de lo que sucede en la simulación, sólo realiza el

experimento y lo repite las veces que sea necesario hasta que quede claro para todos los estudiantes sobre lo sucedido.

6. Se realiza una discusión grupal, en donde los estudiantes que describan lo observado, y lo comparan con sus propias predicciones. Se procura abarcar todo el abanico de predicciones que realizó el grupo, y que el profesor recolectó en el paso 4. En esta discusión grupal, se reflexiona sobre lo sucedido, y entre todos se llega a una explicación de los resultados.
7. Se solicita a los estudiantes que escriban los resultados finales en su misma hoja de predicciones, y se les pide que la conserven como parte de sus notas de la clase.

Contexto

Proponemos emplear una actividad de Clase Demostrativa Interactiva con estudiantes de segundo semestre del Instituto Tecnológico de Durango, que estudian las carreras de Ingeniería Química, Ingeniería Electrónica, e Ingeniería Eléctrica, y que llevan la clase de Mecánica Clásica.

Esta materia la llevan estudiantes regulares en el segundo semestre de la carrera, aunque es posible que algunos estudiantes la dejen para cursarla posteriormente o que la lleven de repetición de curso.

El temario de la segunda y tercera unidad de esta materia se compone de los siguientes subtemas:

Unidad	Temas	Subtemas
2	Cinemática de la partícula	2.1. Movimiento rectilíneo 2.1.1. Movimiento rectilíneo uniforme. 2.1.2. Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. 2.2. Movimiento curvilíneo
3	Dinámica de una partícula	3.1. Concepto de partícula, masa y fuerza 3.2. Leyes de Newton

		3.3. Fricción 3.4. Torque 3.5. Momento angular 3.6. Fuerzas centrales
--	--	--

Esta actividad didáctica cubriría los temas:

2.1: Movimiento Rectilíneo.

2.1.1. Movimiento rectilíneo uniforme.

2.1.2. Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

3.2. Leyes de Newton

Desarrollo

La secuencia didáctica se llevará a cabo sobre un grupo experimental, y será una actividad adicional a sus clases regulares, fuera del horario de estas. Para evaluar la ganancia en el aprendizaje conceptual de los alumnos, se le realizará un pre test tanto al grupo experimental como al grupo de control, basado en la evaluación conceptual de fuerza y movimiento propuesta por Thorton (Thornton & Sokoloff, 1998). Esta evaluación no afectará las calificaciones de los estudiantes, pero no realizarla si lo hará. A los estudiantes no se les darán a conocer sus resultados ni se resolverá la evaluación en clase. Al finalizar la tercera unidad de la materia, y después de haber llevado a cabo la secuencia didáctica sobre el grupo experimental, se realizará de nuevo la misma evaluación como post test, y se empleará el índice de ganancia conceptual de Hake para medir la razón del aumento de aprendizaje conceptual.

Para llevar a cabo la actividad, el docente se apoyará de la siguiente guía:

Hoja de Predicciones - Ejemplo (guía para el profesor)	
Objetivos de Aprendizaje:	

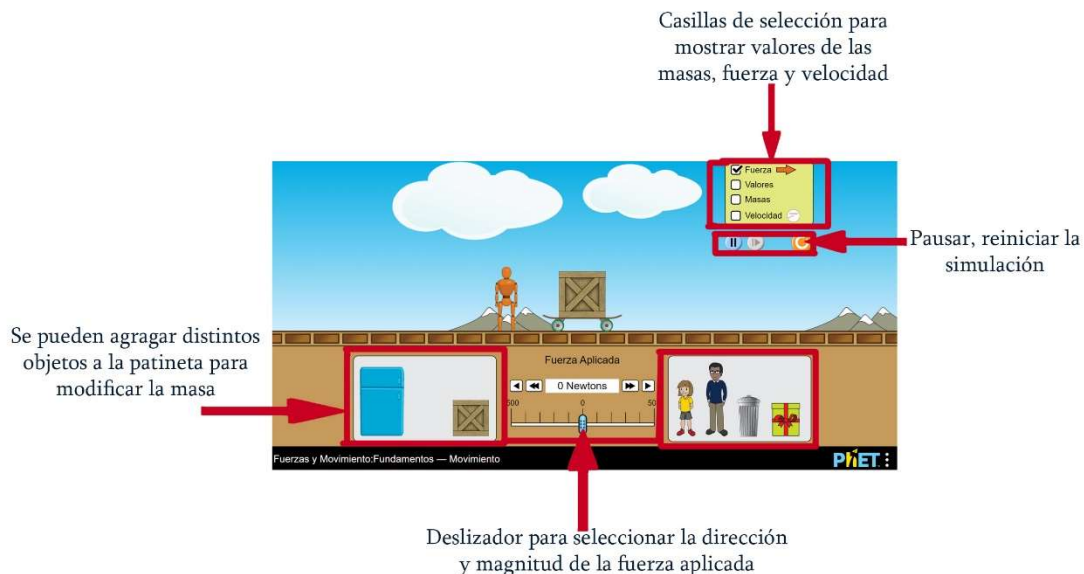
- Entender los fundamentos que rigen el movimiento de partículas y su relación con Primera y Segunda Ley de Newton
- Comprender las condiciones para lograr el Movimiento Rectilíneo Uniforme
- Comprender las condiciones para lograr el Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado

Simulación a usar: Fuerzas y Movimiento: Fundamentos (Sección 2, Movimiento)

https://phet.colorado.edu/sims/html/forces-and-motion-basics/latest/forces-and-motion-basics_all.html?locale=es_PE&screens=2

Descripción de la demostración

En esta simulación se tiene una masa variable (controlada por el usuario) a la cual se le aplica una fuerza también controlada por el usuario (magnitud y dirección horizontal). Se van a aplicar distintas fuerzas a diferentes masas para observar la relación entre la fuerza aplicada y la aceleración de la masa. Se observará también el fenómeno de inercia, al no tener una fuerza de fricción o de resistencia del aire en la simulación.



Preguntas de Predicción

1. ¿Qué va a pasar con la velocidad cuando se aplique una fuerza externa sobre la masa? 2. ¿Qué ocurrirá con la velocidad una vez que se deje de aplicar la fuerza externa? 3. ¿Qué va a ocurrir con la velocidad una vez que se aplique una fuerza externa en dirección contraria al movimiento? 4. ¿Qué va a pasar con la velocidad cuando se aplique una fuerza externa del doble de la magnitud inicial, a una masa también doble de la inicial?	
Predicciones Responde a cada una de las preguntas Posibles respuestas del alumno: 1. Es posible que el alumno confunda el concepto de velocidad con el de aceleración, describiendo una velocidad constante mientras se le aplique una fuerza de manera constante. 2. Es posible que el alumno tenga la idea de que la velocidad disminuirá hasta llegar a cero, una vez que se deje de aplicar la fuerza externa. 3. Es probable que el alumno prediga de manera correcta que el objeto va a comenzar a detenerse, pero probablemente no alcanzará a describir el cambio de dirección y el aumento de velocidad a la izquierda. 4. Es posible que el alumno alcance a describir la relación entre aceleración, masa y fuerza, aunque tal vez no	Explicaciones Iniciales Explica tus respuestas. Puedes utilizar justificaciones o razonamientos basados en experiencias previas

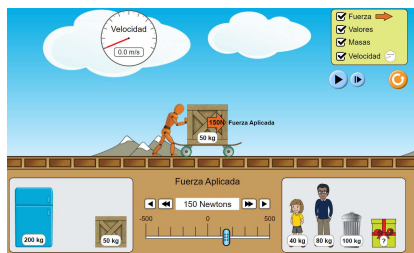
alcance a describir que la aceleración será la misma antes y después de aumentar al doble tanto la fuerza como la masa.

Ejecución la demostración con la simulación

Se tiene la opción de mostrar en pantalla un velocímetro por medio de una casilla de selección, así como los valores de las variables involucradas. Es necesario activas estas opciones para esta secuencia didáctica.



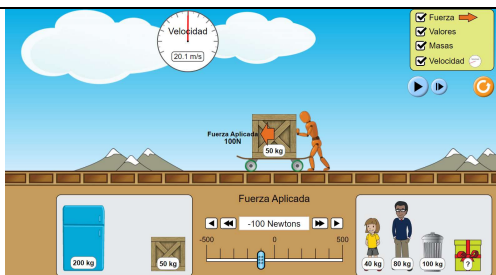
Se pone la simulación en pausa, y se le aplica una fuerza de 150 N a una masa de 50 kg:



Antes de quitar la pausa en la simulación, se les pide a los estudiantes que reflexionen sobre la primera pregunta y escriban sus predicciones, para posteriormente discutir las en grupos pequeños.

Se reactiva la simulación y se repite cuantas veces sea necesario hasta que les quede claro a todos lo que sucedió. Cuando el velocímetro llega aproximadamente a la mitad, se pausa nuevamente, se pone la fuerza en cero, y se les pide a los estudiantes repetir la actividad con la segunda pregunta.

A continuación, se pausa la actividad y aplica una fuerza externa negativa de 100 N, y se repite el proceso con la tercera pregunta.



Por último, se reinicia la simulación, y se comienza ahora con una fuerza externa positiva de 300 N y una masa de 100 kg, se les solicita a los alumnos reflexionar sobre la cuarta pregunta, repitiendo la misma secuencia.

Resultados y Discrepancias	Explicación Final
Utiliza este espacio para ilustrar lo que realmente ocurrió con la demostración después de que el profesor lo probara usando la simulación. Describe cómo el resultado es diferente o similar a tu predicción	Utiliza este espacio para explicar lo ocurrido con la demostración
Conclusión Explica en tus propias palabras 1. Las condiciones necesarias para que un objeto se mueva con velocidad constante. 2. Las condiciones necesarias para que un objeto se mueva con aceleración uniforme. 3. La relación entre fuerza, masa y aceleración. Se fomenta la discusión grupal final, el grupo deberá llegar a la conclusión de que un objeto con fuerzas equilibradas se mueve a velocidad constante, y que se necesita una fuerza externa constante que rompa con el equilibrio para que el objeto se mueva con aceleración uniforme. También deben de razonar, con su propio lenguaje, que la aceleración es directamente proporcional a la fuerza, pero inversamente proporcional a la masa.	

A cada equipo de estudiantes se le proporciona una hoja similar, sin las anotaciones que sirven de guía para el docente.

Reflexiones finales

Se espera obtener resultados positivos en cuanto a la ganancia conceptual de los estudiantes que lleven la secuencia didáctica propuesta, pues el trabajo a realizar invita al análisis de las preconcepciones de física, para después desafiarlas mediante una simulación interactiva, lo que promueve una reflexión sobre las diferencias entre los conceptos de velocidad y aceleración, así como la relación entre la aceleración, fuerza y masa.

Cabe mencionar que se planea ofrecer la actividad a los alumnos para que la pueda tomar de manera voluntaria si así lo desean (con cupo máximo de la mitad de los estudiantes que están cursando la materia), por lo que puede que los estudiantes más activos en su educación sean los que participen.

También esperamos identificar los conceptos en donde los estudiantes lleguen con más preconcepciones erróneas (a través del pre test), y en cuáles conceptos les sea más difícil reconocer y superar esas preconcepciones (por medio del pos test).

La investigación se limita a estudiantes de segundo y tercer semestre de ingeniería en el Instituto Tecnológico de Durango, aunque los resultados se pueden generalizar, al menos parcialmente, a otros grupos de estudiantes de ingeniería en situaciones similares.

Referencias

- Ceberio, M., Almudí, J. M., & Franco, Á. (2016). Design and application of interactive simulations in problem-solving in university-level physics education. *Journal of Science Education and Technology*, 25, 590-609.
- Sands, D. (2014). Concepts and conceptual understanding: What are we talking about? *New Directions in the Teaching of Natural Sciences*, 10, 7-11.
- Tavares, D. B. L., & Martínez, J. O. (2017). Clases Interactivas Demostrativas con el uso de simulaciones PhET para Mecánica en Preparatoria. *Latin-American Journal of Physics Education*, 11(2), 22.
- Thornton, R. K., & Sokoloff, D. R. (1998). Assessing student learning of Newton's laws: The force and motion conceptual evaluation and the evaluation of active learning laboratory and lecture curricula. *American Journal of Physics*, 66(4), 338-352.
- Yolanda Ramírez Maldonado, G., Lopez Ortega, A., & H Ramírez Díaz, M. (2013). Clases demostrativas interactivas de magnetismo en el bachillerato del IPN. *Latin-American Journal of Physics Education*, 7(1).
- Zumba, G. R., Aristega, A. M. M., Soto, M. A. S., Suárez, S. K. D., & García, D. I. Z. (2023). Estrategias y metodologías de enseñanza para el aprendizaje activo en la Educación

Superior: ISBN: 978-0-3110-0020-3, EAN: 9780311000203, UPC: 978031100020, BIC:
JNM. *Editorial Tecnocintifica Americana*, 1-142.